

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОПЦ. 02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

для специальности

09.02.06 Сетевое и системное администрирование

базовая подготовка

среднего профессионального образования

Иркутск 2024 г.

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.

00920FD815CE68F8C4CA795540563D259C с 07.02.2024 05:46 по 02.05.2025 05:46 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



РАССМОТРЕНО:

ЦМК математики, физики,
географии, биологии, химии

Председатель ЦМК:

Новикова Т.П.

Протокол № 8

от «11» апреля 2024г.

Составитель Новикова Т.П., преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

Содержание:

Предисловие	4
Тема: Операции над множествами	
Практическая работа №1 «Решение задач на операции над множествами»	5
Практическая работа №2 " Решение задач на операции над множествами"	6
Тема: Отношения.	
Практическая работа №3 " Решение задач на бинарные отношения»	7
Тема: Элементы комбинаторики	
Практическая работа №4 «Решение комбинаторных задач»	8
Практическая работа №5 «Решение задач на операции над графами – 1»	10
Практическая работа №6 " Решение задач на операции над графами	11
Тема: Исчисление высказываний	
Практическая работа № 7 «Решение задач на исчисление высказываний	14
Тема: Булевы функции	
Практическая работа № 8 " Составление таблиц истинности для формул алгебры логики"	15
Практическая работа № 9 " Решение задач на нахождение СКНФ и СДНФ"	16
Практическая работа № 10 " Решение задач на эквивалентность формул»	17
Тема: Минимизация булевы функции	
Практическая работа № 11" Решение задач на минимизацию булевых функций методом неопределенных коэффициентов"	9
Практическая работа № 12 " Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода Квайна - Мак-Класски	20
Практическая работа № 13 " Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода карт Карно. Полином Жегалкина. Теорема Поста"	21
Тема: Логика предикатов	
Практическая работа № 14" Решение задач на правила вывода исчисления предикатов"	21
Практическая работа №15" Дедуктивные умозаключения. Методы научного познания. Индуктивные умозаключения. Метод математической индукции. Решение задач	22
Практическая работа №16 "Аппарат алгебры высказываний для работы с умозаключениями. Решение задач"	25
Тема: Элементы теории и практики кодирования.	
Практическая работа №17" Системы счисления"	25
Тема: Кодирование информации	
Практическая работа №18" Кодирование информации"	26
Практическая работа №19" Шифрование с открытым ключом"	26
Тема: Конечные автоматы	
Практическая работа №20" Решение общих задач теории автоматов"	26
Список использованной литературы	26

Предисловие

Сборник задач содержит задания для практических работ, предназначенных для более глубокого изучения дисциплины; систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений; углубления и расширения теоретических и практических знаний; формирования умений использовать специальную, справочную литературу, а так же содержит методические указания по выполнению предложенных заданий и список литературы, необходимой для изучения дисциплины.

Использование данного сборника задач в учебном процессе позволит каждому студенту освоить теоретический материал, даст возможность применить полученные знания на практике.

Указания к оцениванию практических работ

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Тема: Операции над множествами.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Решение задач на операции над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над множествами, умения представлять множества в виде круговых диаграмм.

Ход работы

1) *Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)*

- 1) Назовите цели и задачи математики.
- 2) Что изучает дискретная математика?
- 3) Что называется множеством, элементами множества?
- 4) Какие виды множеств бывают?
- 5) Способы задания множеств?
- 6) Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?
- 7) Основные свойства операций над множествами?
- 8) Декартово произведение множеств и его степень?
- 9) Записать формулу количества элементов в объединении двух конечных множеств.

2) *Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)*

1. Даны множества $A_1 = \{a, b, c\}$, $A_2 = \{c, d, e, f\}$, $U = \{a, b, c, d, e, f\}$. Осуществить операции: а) объединения; б) пересечения; в) разности; г) дополнения.

Решение:

а) объединение множеств A_1 и A_2 содержит все элементы, принадлежащие множествам A_1 и A_2 : $A_1 \cup A_2 = \{a, b, c, d, e, f\}$.

б) пересечение множеств A_1 и A_2 содержит только элементы, принадлежащие и первому, и второму множествам одновременно: $A_1 \cap A_2 = \{c\}$.

в) используя определение разности множеств, получаем: $A_1 \setminus A_2 = \{a, b\}$,
 $A_2 \setminus A_1 = \{d, e, f\}$.

г) дополнение $\overline{A_1}$ содержит только те элементы множества U , которые не принадлежат множеству A_1 : $\overline{A_1} = U \setminus A_1 = \{d, e, f\}$,

аналогично, $\overline{A_2} = U \setminus A_2 = \{a, b\}$.

2. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество $(A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Решение:

с помощью кругов Эйлера наглядно представлено на рис.1 и 2. На рис.1 множество A заштриховано горизонтально, а $B \cap C$ — вертикально; поэтому $A \cup (B \cap C)$ — область, попадающая под вертикальную или горизонтальную штриховку. На рис.2 множество $A \cup B$ заштриховано горизонтально, а $A \cup C$ — вертикально; тогда $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ — область, попадающая под обе штриховки. Легко видеть, что обе эти области совпадают.

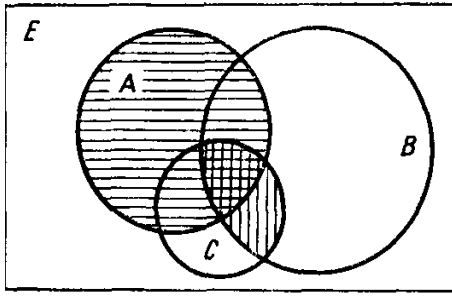


Рис.1

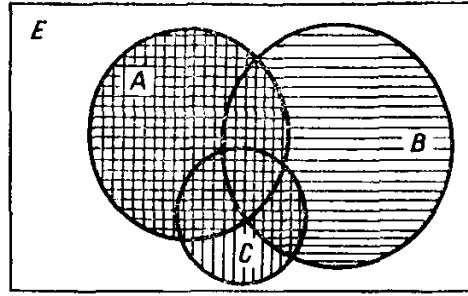


Рис.2

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Пусть $A = \{1,3\}$, $B = \{2,3,4\}$, $C = \{2,4\}$, $U = \{1,2,3,4\}$. Найти: а) $\overline{A \cup B}$; б) $\overline{A \cap B}$; в) $A \cap \overline{B}$; г) $(B \setminus C) \cup A$.

2. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \div B$, \overline{A} , если $A = \{1.2.4.6.\}$, $B = \{a, b, c, f, k\}$, $U = \{1,2,3,4,5,6,7, a, b, c, d, e, f, k, m, n\}$

3. Пусть $A = \{\square, *, \Delta\}$, $B = \{\square, \circ\}$, $C = \{\circ, *, \Delta, \#\}$.

Доказать, что $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

4. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество: $A \cup (C \cup \overline{B})$.

5. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество: $\overline{A} \div C$.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Решение задач на операции над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умения использовать операции над множествами при решении задач.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- 1) Назовите цели и задачи дискретной математики.
- 2) Что изучает дискретная математика?
- 3) Что называется множеством, элементами множества?
- 4) Какие виды множеств бывают?
- 5) Способы задания множеств?
- 6) Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?
- 7) Основные свойства операций над множествами?
- 8) Декартово произведение множеств и его степень?
- 9) Записать формулу количества элементов в объединении двух конечных множеств.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Пусть универсальное множество U – множество всех учащихся и преподавателей СКТиС; A – множество всех преподавателей; B – множество учащихся, успевающих по всем дисциплинам на «отлично»; C – множество неуспевающих учащихся; D – множество учащихся группы КСК – 16 – 1. Какой содержательный смысл каждого из следующих множеств:

а) \bar{A} ; б) \bar{B} ; в) $B \cap D$; г) $D \setminus C$; д) $A \cup \bar{C}$; е) $A \cup (B \cap D)$; ж) $C \setminus D$.

Решение:

а) \bar{A} – множество всех учащихся колледжа (без преподавателей);

б) \bar{B} – множество преподавателей и учащихся, кроме успевающих по всем предметам на «отлично»;

в) $B \cap D$ – множество отличников, обучающихся в группе КСК – 16 – 1;

г) $D \setminus C$ – множество учащихся группы КСК – 16 – 1, справляющихся с учебным планом;

д) $A \cup \bar{C}$ – множество преподавателей и всех успевающих учащихся;

е) $A \cup (B \cap D)$ – множество преподавателей и отличников группы КСК – 16 – 1;

ж) $C \setminus D$ – множество неуспевающих учащихся колледжа, кроме группы КСК 16 – 1.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Пусть X – множество студентов 2 курса одной группы колледжа, учащихся на «4» и «5», а Y – множество студентов другой группы этого же колледжа, учащихся на «отлично».

Определить множество $X \cup Y$, $X \cap Y$, $X \setminus Y$.

2. В некоторой группе 12 человек изучают английский язык и 16 – французский язык. Причем 4 человека изучают оба языка. Сколько человек в группе?

3. Пусть A – множество всевозможных параллелограммов, B – множество прямоугольников, C – множество ромбов. D – множество квадратов, E – множество трапеций. Запишите результаты операций:

а) $B \cap C$; б) $B \cup C \cup D \cup A$; в) $D \cap E$.

4. Из 50 учащихся 32 занимаются в спортивных секциях, 21 занимается в техническом кружке, 15 – в кружке художественной самодеятельности. Причем 10 человек увлекаются и спортом и техникой, 7 – техникой и художественной самодеятельностью, 9 – спортом и художественной самодеятельностью, 4 – спортом, техникой и художественной самодеятельностью. Сколько человек ничем не увлекаются?

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	подпись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Отношения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Решение задач на бинарные отношения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение задавать бинарные отношения.

Ход работы

- 1) *Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)*
- 2) Что называют отношением?
- 3) Назовите основные виды отношений.
- 4) Дайте определение бинарного отношения.

5) Как обычно задаются бинарные отношения?

6) Перечислите свойства бинарных отношений.

2) **Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)**

1. Пусть $M = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Записать бинарное отношение R перечислением элементов и матрицей, если R означает «быть делителем».

Решение:

$R = \{(a, b) \mid a, b \in M, a - \text{делитель } b\}$.

$R = \{(3,3), (3,6), (3,9), (4,4), (4,8), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9)\}$.

Матрица:

a\b	3	4	5	6	7	8	9
3	1	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	1

2. Определить тип отношения равносильности на множестве формул

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Решение: данное отношение является отношением эквивалентности, так как имеются все характерные свойства этого типа отношений.

3. R — отношение « a является отцом b ». Запишите словами отношение $R^2: aR^2b$.

Решение: данное отношение было применено дважды, следовательно, отношение aR^2b означает « a является дедом b ».

3) **самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):**

1. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Записать бинарное отношение R перечислением элементов и матрицей, если R означает «быть больше или равным».

2. Определить тип отношения $\{(a, b) \mid a \text{ и } b \text{ вычисляют среднее значение случайной величины.}\}$

3. Определить тип отношения $\{a, b, v, g, d, e, z\}$ отношения предшествования букв в русском алфавите.

4. Рассмотрим следующие восемь отношений между людьми, а именно: «быть отцом», «быть матерью», «быть сыном», «быть дочерью», «быть братом», «быть сестрой», «быть мужем», «быть женой». Выразить через них с помощью операций над отношениями следующие отношения: «быть племянницей», «быть тестем».

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Элементы комбинаторики.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Решение комбинаторных задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение решать комбинаторные задачи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- 1) Дать определение перестановки, сочетания и размещения.
- 2) Дать определение понятия подстановка.
- 3) Что называется отображением?
- 4) Какие виды отображений бывают?
- 5) Что такое композиция функций?
- 6) Что называется биномом Ньютона?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

а) В некоторой средней школе имеется три пятых класса, в которых обучаются соответственно 28, 31 и 26 учащихся. Требуется одного из них выбрать для участия в совете школы. Сколькими способами можно сделать выбор?

Решение: По правилу суммы получаем $28 + 31 + 26 = 85$.

б) В секции фигурного катания занимаются 14 мальчиков и 18 девочек. Сколькими различными способами из детей, занимающихся в секции, можно образовать спортивные пары.

Решение: По правилу произведения получаем $14 \cdot 18 = 252$.

в) Куплено различных 12 книг. На полке можно поставить в ряд ровно 6 книг. Сколькими различными способами можно это сделать?

Решение: Будем считать различными не только те случаи, когда берутся разные книги, но и когда они по-разному расставлены на полке (в различном порядке). Тогда речь идёт о перестановках по 6 из 12. Получаем: $A_{12}^6 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665280$.

г) Сколько различных комбинаций может получиться при одновременном бросании трёх игральных костей?

Решение: Каждая игральная кость представляет собой кубик, на гранях которого нанесено от одного до 6 очков. При каждом бросании мы будем получать наборы вида $a_1 a_2 a_3$, где $1 \leq a_i \leq 6, i = 1, 2, 3$ - количество очков, выпавших на соответствующей кости. Речь идёт о перестановках с повторениями по 3 элемента из 6. Получаем: $\bar{A}_6^3 = 6^3 = 216$.

д) Сколькими различными способами можно расставить на полке 10 различных книг?

Решение: Здесь, в отличие от примера 2, значение имеет только порядок расставляемых книг. Поэтому речь идёт о перестановках из 10 элементов. Получаем: $P_{10} = 10! = 3628800$.

е) В отделе работают 10 сотрудников. Требуется отобрать трёх из них для того, чтобы направить в командировку. Сколькими способами можно это сделать?

Решение: Поскольку имеет значение только то, какие именно сотрудники отобраны, то речь идёт о сочетаниях без повторений по 3 элемента из 10. Получаем: $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. В цветочном магазине имеются в продаже 5 различных видов цветов. Покупателю требуется составить букет из 7 цветов. Сколькими способами можно это сделать?

2. Музыкальный концерт состоит из 3-х песен и 2-х скрипичных пьес. Сколькими способами можно составить программу концерта так, чтобы он начинался и оканчивался исполнением песни и чтобы скрипичные пьесы не исполнялись одна за другой.

3. Сколько различных 3-х буквенных слов можно образовать, используя буквы составляющие вашу фамилию, причем эти слова должны начинаться и оканчиваться согласными, а в середине должна стоять гласная буква.

4. Запишите разложение бинома $(x+y)^4$

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Операции над графами.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Решение задач на операции над графами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.

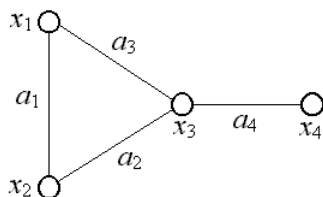
Ход работы

Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) Дать определение понятия графа.
- 2) Перечислите основные виды графов.
- 3) Перечислите способы задания графов.
- 4) Перечислите операции над графами.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Определите степени вершин графа:



Решение: степень вершины графа – это количество ребер, исходящих из этой вершины. $p(x_1) = 2$; $p(x_2) = 2$; $p(x_3) = 3$; $p(x_4) = 1$

2. Определить сумму степеней данного графа.

Решение: сумма степеней графа равна удвоенному числу ребер графа. Так как ребер в данном графе 4, то сумма степеней вершин равна 8.

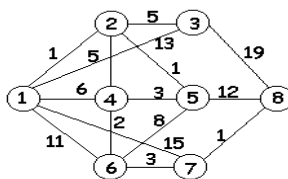
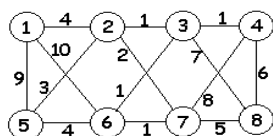
3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Дан граф

А) Запишите количество ребер и вершин графа;

В) Определить кратчайший путь из вершины 1 в вершину 8 для графа, представленного на рисунке;

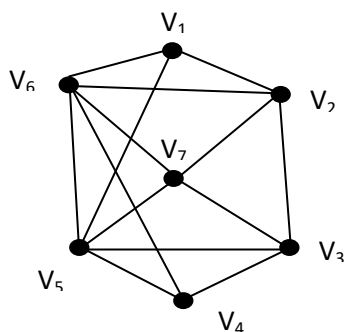
С) Запишите номера вершин, имеющих одинаковую степень:



2. Граф задан диаграммой.

А) Составьте маршруты длины 5 из вершины V_2 в вершину V_5 . Составьте простую цепь, соединяющую эти вершины.

В) Постройте простой цикл, содержащий вершину V_4 .



4. Сумма степеней вершин графа равна 8. Найдите число ребер.

5. Число ребер графа равно 12. Найдите сумму степеней вершин графа.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Операции над графами.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Решение задач на операции над графами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) Дать определение понятия графа.
- 2) Перечислите основные виды графов.
- 3) Перечислите способы задания графов.
- 4) Перечислите операции над графами.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Для графа, заданного отношением на множестве построить матрицу смежности, списки смежных вершин и нарисовать граф.

Пример $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $R = \{(1, 2), (3, 4), (1, 4), (3, 3), (3, 7), (7, 3), (8, 4), (3, 5), (5, 7), (8, 1)\}$

Решение

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0

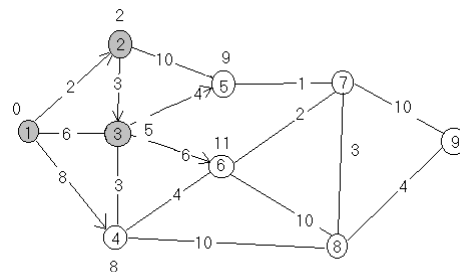
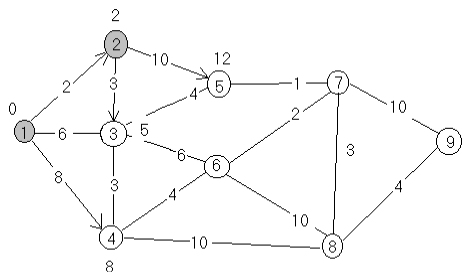
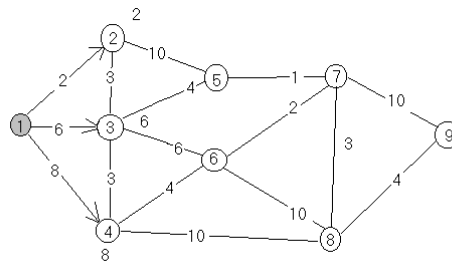
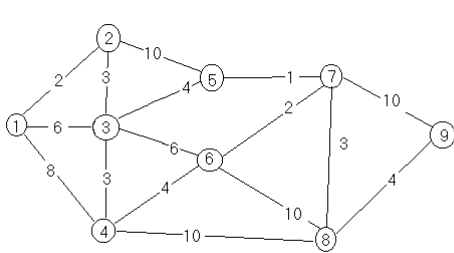
3	0	0	1	1	1	0	1	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0
8	1	0	0	1	0	0	0	0

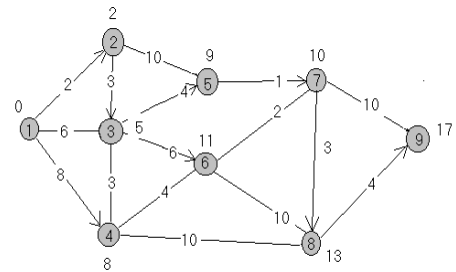
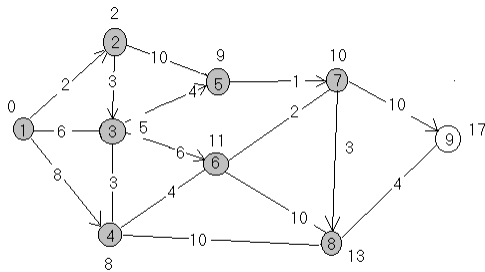
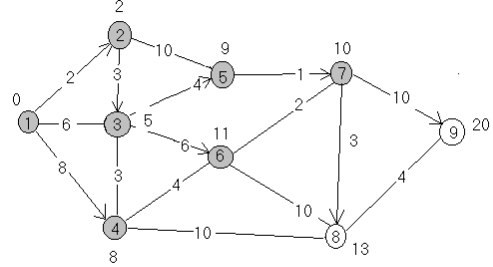
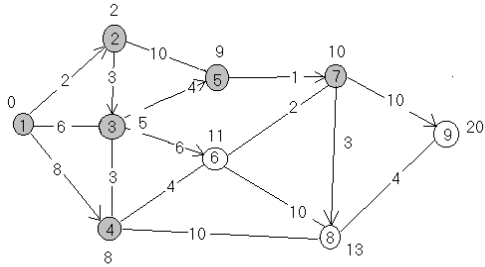
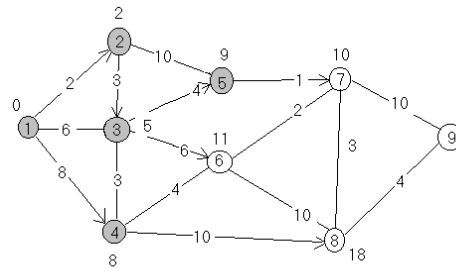
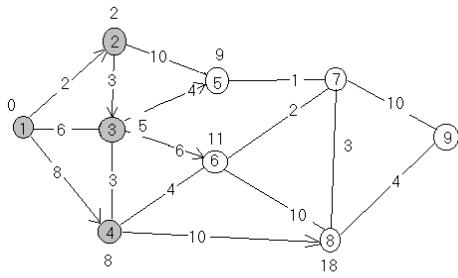
1	2,4
2	
3	3,4,5,7
4	
5	7
6	
7	3
8	1,4

2. Найти кратчайший путь в графе, продемонстрировав работу алгоритма Дейкстры
 Пример Задана матрица весов. Найти кратчайший путь от вершины 1 к 9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	6	8					
2	2	0	3		10				
3	6	3	0	3	4	6			
4	8		3	0		4		10	
5		10	4		0		1		
6			6	4		0	2	10	
7					1	2	0	3	10
8				10		10	3	0	4
9							10	4	0

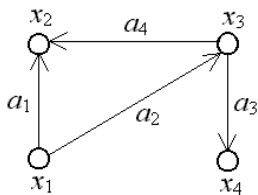
Решение





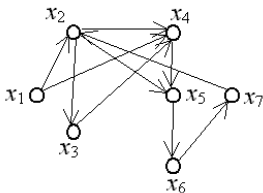
3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Дан граф



Записать матрицу смежности графа.

2. Дан граф. Записать кратчайший путь из вершины 1 в вершину 6.



4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		

2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Исчисление высказываний.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

Решение задач на исчисление высказываний.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над высказываниями.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) Что называется высказыванием?
- 2) Перечислите виды высказываний.
- 3) Перечислите операции над высказываниями.
- 4) Что такое таблицы истинности?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями?

- а) Москва – столица России.
- б) студент 2 курса.
- в) $\triangle ABC$ подобен $\triangle AKM$
- г) $17 \cdot 2 = 3$

Решение: высказывание – это предложение, о котором можно судить истинно оно или ложно, поэтому высказываниями будут являться предложения а, в, г.

2. Пусть высказывание p таково:

- а) $2 \cdot 2 = 4$;
- б) Слон – насекомое;
- в) я мальчик;

каким будет высказывание \bar{p} ?

Составить высказывания и определить их истинность.

Решение: а) $2 \cdot 2 \neq 4$ – ложь;

б) Слон – не насекомое – истина;

в) я не мальчик – истина, если p ложно и наоборот;

3. Пусть высказывания p и k таковы:

p : «Это целое положительное число», k : «Это целое положительное число простое».

Прочитать словами высказывания:

- а) $p \wedge k$; б) $\bar{p} \wedge k$; в) $p \wedge \bar{k}$; г) $\bar{p} \vee \bar{k}$.

Решение: а) данная логическая операция конъюнкция, ее определяет союз «и», поэтому высказывание будет звучать так: «это целое положительное простое число»

б) это нецелое положительное простое число;

в) Это целое положительное составное число;

г) Это не целое положительное или составное число.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (работа в группе):

1. Образуйте отрицания следующих высказываний:

- а) 4 делится на 2;
- б) $42 + 7 \neq 50$;
- в) сегодня понедельник;
- г) $7 > 2$.

2. Даны отрицания высказываний:

- а) Медиана в равнобедренном треугольнике не является высотой;
- б) 5 – простое число;
- в) $2 + 3 = 5$;
- г) сумма углов в треугольнике не равна 180°

сформулируйте эти высказывания. Определите их истинность.

3. Импликацию $p \rightarrow q$ можно выразить через дизъюнкцию и отрицание

$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q$. Проверить справедливость этой формулировки, составив соответствующую таблицу истинности.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

.Составление таблиц истинности для формул алгебры логики.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение составлять таблицы истинности для логических формул..

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)Дайте определение булевой функции.

2)Перечислите формулы алгебры логики.

3) Дайте определение тождественно истинной и тождественно ложной формулы.

4) Какие формулы называются эквивалентными?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Построим таблицу значений функции $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_2 \supset \bar{x}_3 \sim (\bar{x}_1 \vee x_2)$.

Решение:

Таблица представляет последовательное вычисление этой функции.

x_1	x_2	x_3	\bar{x}_3	$x_2 \supset \bar{x}_3$	$\bar{x}_2 \supset \bar{x}_3$	\bar{x}_1	$\bar{x}_1 \vee x_2$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	1	1

3)самостоятельное выполнение типового расчета (взаимопроверка по эталону решения):

Построить таблицы истинности для формул:

1) $f(x,y,z) = (x \vee \bar{z}) \rightarrow x \cdot (y \sim z)$

2) $f(x, y, z) = (x \oplus y) \vee (z \downarrow \bar{x})$

3) $f(x,y,z) = (yz \rightarrow (x \vee y)) \sim (y \mid z)$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

Решение задач на нахождение СКНФ и СДНФ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение нахождения СКНФ и СДНФ формул.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Дайте определение элементарной дизъюнкции;
2. Дайте определение элементарной конъюнкции;
3. Дайте определение элементарной дизъюнктивной нормальной формы функции;
4. Дайте определение элементарной конъюнктивной нормальной формы функции;
5. перечислите порядок действий при исходной формулы к нормальной форме;
6. Дайте определение совершенной дизъюнктивной нормальной формы функции;
7. Дайте определение совершенной конъюнктивной нормальной формы функции;
8. Как с помощью таблиц истинности привести формулу функции к СДНФ;
9. Как с помощью таблиц истинности привести формулу функции к СКНФ?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Составить таблицу истинности для булевой функции $F = (\bar{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2$.

Решение:

Отметим связь между СДНФ и таблицей истинности.

Таблица истинности					СДНФ	
x_1	x_2	x_3	\bar{x}_1	$\bar{x}_1 \downarrow x_3$	$F = (\bar{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2$	Элементарные конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 x_3$
1	0	0	0	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	1	0	0	1	$x_1 x_2 x_3$

Следовательно: $F = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$.

2. Для булевой функции, заданной в виде ДНФ $F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3$, составить СДНФ и выполнить проверку по таблице истинности.

Решение: Применяя закон склеивания (в обратном порядке: $x = xy \vee x\bar{y}$), дополняем конъюнкции, до полных элементарных конъюнкций. Конъюнкцию x_1 дополняем в два этапа, так как $\overline{x_1 x_2 x_3}$ не является элементарной конъюнкцией:

$$\begin{aligned}
 F &= x_1 \vee x_2 \bar{x}_3 = x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 = \\
 &= x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3.
 \end{aligned}$$

Так как $x \vee x = x$, после сокращения одинаковых конъюнкций получаем СДНФ:

$$F = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Таблица истинности					СДНФ	
x_1	x_2	x_3	\bar{x}_3	$x_2 \bar{x}_3$	$F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3$	Элементарные
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	0	1	1	$\bar{x}_1 x_2 x_3$
1	0	0	1	0	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	1	$x_1 \bar{x}_2 x_3$
1	1	0	1	1	1	$x_1 x_2 \bar{x}_3$
1	1	1	0	1	1	$x_1 x_2 x_3$

						конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	0	0	0	
1	0	0	1	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	1	$x_1 \bar{x}_3 x_2$
1	1	0	1	1	1	$x_1 x_3 \bar{x}_2$
1	1	1	0	0	1	$x_1 x_3 x_2$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Привести данные формулы к СДНФ и СКНФ:

- 1) $f(x,y,z) = (z \vee y) \rightarrow (x \mid y) \cdot \bar{z}$
- 2) $f(x,y,z,t) = t \mid (y \vee (z \sim \bar{x}))$
- 3) $f(x,y,z,t) = (\overline{x \rightarrow t}) \sim (z \vee (x \mid y))$

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
ИТОГ			

Тема: Булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

Решение задач на эквивалентность формул.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять эквивалентные преобразования формул.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Какое преобразование называется эквивалентным?
2. Перечислите основные эквивалентности.
3. Какие функции называются двойственными?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. С помощью основных равносильностей доказать, что в булевой функции $F = (x_2 \vee x_2 x_3) \rightarrow (x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3)$ переменная x_3 является фиктивной.

Решение: Применяя закон поглощения и закон склеивания, получим

$$F = (x_2 \vee x_2 x_3) \rightarrow (x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3) = x_2 \rightarrow x_1.$$

Так как существует такая формула, реализующая эту булеву функцию, в которой отсутствует x_3 , то эта переменная является фиктивной.

2. С помощью таблицы истинности убедиться в справедливости законов де Моргана $\overline{xy} = \bar{x} \vee \bar{y}$.

Решение: Построим таблицу истинности для \overline{xy} и $\bar{x} \vee \bar{y}$.

x	y	xy	\overline{xy}	\bar{x}	\bar{y}	$\bar{x} \vee \bar{y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Так как в таблице истинности булевым функциям \overline{xy} и $\bar{x} \vee \bar{y}$ соответствуют одинаковые столбцы, то формулы \overline{xy} и $\bar{x} \vee \bar{y}$ равносильны.

3. С помощью основных равносильностей доказать закон обобщенного склеивания $xy \vee \bar{x}z = x \vee \bar{x}z \vee yz$.

Решение: Применяя закон склеивания (в обратном порядке, то есть $yz = xyz \vee \bar{x}yz$) и дистрибутивность (то есть вынесем за скобки x и $\bar{x}z$), получим

$$xy \vee \bar{x}z \vee yz = xy \vee \bar{x}z \vee xyz \vee \bar{x}yz = x(y \vee z) \vee \bar{x}z(1 \vee y) = xy \vee \bar{x}z.$$

4. С помощью основных равносильностей доказать, что $\overline{y \vee (x\bar{y} \vee \bar{y})} \rightarrow x(x \vee xz) = 1$.

Решение: Применяя основные равносильности, получим

$$\overline{y \vee (x\bar{y} \vee \bar{y})} \rightarrow x(x \vee xz) = \overline{y \vee \bar{y}} \rightarrow xx = \bar{1} \rightarrow x = 0 \rightarrow x = \bar{0} \vee x = 1 \vee x = 1.$$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1) С помощью преобразований доказать, что:

1. $a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$;

2. $a \sim b = (a \rightarrow b)(b \rightarrow a)$;

3. $a \mid b = \overline{a \cdot b}$.

2) Проверить равносильность формул:

1. $x \oplus (y \mid z)$ и $(x \rightarrow y) \downarrow (x \rightarrow z)$

2. $x \rightarrow (y \downarrow z)$ и $(x \oplus y)(x \oplus z)$

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 11

Решение задач на минимизацию булевых функций методом неопределенных коэффициентов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод неопределенных коэффициентов для минимизации функций.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1)В чем состоит задача минимизации булевых функций?
- 2)Цель минимизации?
- 3)Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
- 4)Раскройте суть метода неопределенных коэффициентов.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Минимизировать заданное выражение:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

После вычисления значений функции на всех наборах и подстановки в форму, полученную на лекции, получаем:

- 1.f(1,1,1) = 1;
- 2.f(1,1,0) = 1;
- 3.f(1,0,1) = 1;
- 4.f(0,1,1) = 0;
- 5.f(1,0,0)= 1;
- 6.f(0,1,0) = 0;
- 7.f(0,0,1) = 0;
- 8/f(0,0,0) = 1

Вычеркиваем все строки, где функция равна 0, и все коэффициенты из этих строк вычеркиваем из остальных строк. Получились наборы:

1. $a_1 \vee a_7 \vee a_{11} \vee a_{26} = 1;$
2. $a_1 \vee a_7 \vee a_{13} \vee a_{25} = 1;$
3. $a_1 \vee a_9 \vee a_{11} \vee a_{24} = 1;$
5. $a_1 \vee a_9 \vee a_{13} \vee a_{18} \vee a_{20} = 1;$
8. $a_{18} \vee a_{19} = 1$

В первых четырех уравнениях конъюнкция наименьшего ранга a_1 и a_{18} . Таким образом, принимая $a_1 = 1$ и $a_{18} = 1$. Остальные коэффициенты принимаем равными 0. Получаем:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Минимизировать функцию:

- 1) $f(x,y,z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$
- 2) $f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 12

Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода Квайна - Мак-Класки.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод Квайна - Мак-Класки для минимизации функций.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) В чем состоит задача минимизации булевых функций?
- 2) Цель минимизации?
- 3) Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
- 4) Раскройте суть метода Квайна – Мак Класки.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Пользуясь алгоритмом приведенным в лекции, минимизировать выражение в форме СДНФ:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4.$$

Пронумеруем все входящие минтермы. Производим склеивание термов 4-го ранга и получаем термы 3-го ранга:

- | | |
|--|--|
| 1-4(x ₂) $\bar{x}_1 x_3 x_4$ (1) | 3-8(x ₂) $x_2 \bar{x}_3 x_4$ (6) |
| 1-6(x ₁) $\bar{x}_2 x_3 x_4$ (2) | 5-6(x ₂) $x_1 \bar{x}_2 x_4$ (7) |
| 2-3(x ₄) $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$ (3) | 5-8(x ₂) $x_1 \bar{x}_3 x_4$ (8) |
| 2-7(x ₁) $x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$ (4) | 7-8(x ₂) $x_1 x_2 \bar{x}_3$ (9) |
| 3-4(x ₃) $\bar{x}_1 x_2 x_4$ (5) | |

Производим склеивание термов 3-го ранга и получаем термы 2-го ранга:

- 3-9 (x₁) $x_2 \bar{x}_3$
4-6 (x₄) $x_2 \bar{x}_3$

Дальнейшее склеивание не возможно. Составим таблицу, в колонках которой – термы исходного выражения, в столбцах – полученные простые импликанты. Если какая-нибудь импликата входит в исходный терм, то в соответствующем столбце и строке ставим метку. Далее делаем все по алгоритму. Получаем: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_4$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Минимизировать функцию:

- 1) $f(x, y, z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$
- 2) $f(x, y, z, t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода карт Карно. Полином Жегалкина. Теорема Поста.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод карт Карно для минимизации функций.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) В чем состоит задача минимизации булевых функций?
- 2) Цель минимизации?
- 3) Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
- 4) Раскройте суть метода карт Карно.
- 5) Какая алгебра называется алгеброй Жегалкина?
- 6) Какая формула называется полиномом Жегалкина?
- 7) Когда множество называют замкнутым классом?
- 8) Дайте формулировку теоремы о функциональной полноте.
- 9) Дайте формулировку теоремы Поста.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Используя алгоритм, приведенный в лекции минимизируем функцию методом карт Карно:

$$f(x,y,z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$$

2. Составить канонический полином Жегалкина $P(F)$ булевой функции, если СДНФ данной булевой функции, имеет вид: $F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3$.

Решение: Заменяем операцию дизъюнкции операцией сложения по модулю два по (6). При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю. Следовательно, СПНФ будет иметь вид:

$$F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \oplus x_1\bar{x}_2x_3 \oplus x_1x_2x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле (2), затем раскрываем скобки и из полученного выражения удаляем попарно одинаковые слагаемые в соответствии с (1):

$$\begin{aligned} F &= (1 \oplus x_1)(1 \oplus x_2)(1 \oplus x_3) \oplus x_1(1 \oplus x_2)x_3 \oplus x_1x_2x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3. \end{aligned}$$

Ответ: $P(F) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3$.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. минимизировать функцию методом карт Карно $f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$

2. Привести функцию к полиному Жегалкина:

а) $x_1x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2$;

б) $x_1 \rightarrow (x_2 | x_3)$

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

Решение задач на правила вывода исчисления предикатов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнения операций над предикатами.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) Что понимается под высказыванием?
- 2) Что понимается под исчислением высказываний?

3) На чем строится исчисление высказываний?

4) Определите все перечисленные компоненты.

2. Изобразите схематически следующие предикаты:

а) Если элементы обладают свойством А, то они обладают и свойством В.

в) Если элементы обладают свойством А, то они обладают и свойством \bar{B} .

в) Если элементы обладают свойством \bar{A} , то они обладают и свойством \bar{B} .

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Доказать, что предикат $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ является тождественно истинным.

Решение: какие бы действительные значения не принимали бы переменные x и y , при выполнении действия умножения в результате получим разность квадратов (формула сокращенного умножения).

2. Доказать, что решением неравенства $x^2 - 8x + 15 > 0$ является дизъюнкция двух предикатов.

Решение: решив это неравенство, получим $x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$. Здесь мы имеем дело с двумя предикатами $x < 3$ и $x > 5$, то есть $(x < 3) \vee (x > 5)$.

3. Пусть D – множество действительных чисел. Образуйте из предиката $x^2 < 0$ высказывание, навешивая квантор \exists и определите его истинность.

Решение: навешивая квантор \exists , получим высказывание $(\exists x \in D) x^2 < 0$. Это высказывание ложно.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Доказать, что предикат $x - 4 > 3$ является ложным, навешивая квантор \exists , при условии, что Z_- – множество целых отрицательных чисел.

2. Доказать, что предикат $x + 1 = x$ является тождественно ложным;

3. Доказать, что решением неравенства $x^2 - 8x + 15 < 0$ является конъюнкция двух предикатов.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

Дедуктивные умозаключения. Методы научного познания. Индуктивные умозаключения. Метод математической индукции. Решение задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применения различных методов доказательств теорем.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Что подразумевается под дедуктивными умозаключениями?

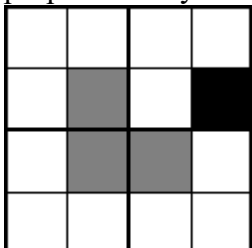
2. Объясните суть метода математической индукции.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

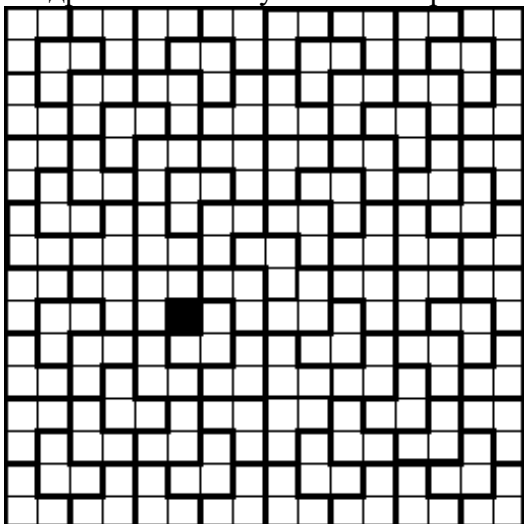
1. Из квадрата 16×16 клеток вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на уголки из трех клеток.

Решение № 1. Что делать, если не хочется рассматривать кучу разных случаев вырезания клетки из квадрата 16×16 (как ни сокращай, но 36 принципиально разных случаев там есть)? Давайте посмотрим на квадраты поменьше (но тоже со стороной, равной степени двойки): 8×8 , 4×4 , 2×2 . Для 2×2 доказывать нечего: вырезали любую клетку, и остался один уголок. А вот теперь посмотрим на квадрат 4×4 - он составлен из 4-х квадратов 2×2

(см. рис.). В один из них попадет вырезанная клетка (черная на рис.) - и он разрежется на уголки (т.е., как сказано выше, там будет ровно 1 уголок). Что же делать с тремя другими? (это и есть самый сложный для момента в задаче!) А давайте возьмем в этих трех квадратах уголок, прилежащий к центру большого квадрата - иотрежем его (серые клетки на рис.). Тогда у нас останется три квадратика 2×2 с вырезанной клеткой - а их мы уже умеем разрезать на уголки.



Теперь перейдем от 4×4 к 8×8 : квадратик 8×8 составен из четырех квадратиков 4×4 . В одном из них есть вырезанная клетка, а в остальных трех мы вырежем по клетке, отрезав прилежащий к центру уголок (аналогично предыдущему). Теперь образуется 4 квадратика 4×4 , в каждом из которых вырезана клетка. Каждый из них мы умеем разрезать на уголки - значит, разрежем и весь квадрат 8×8 . А от квадрата 8×8 можно точно так же перейти к квадрату 16×16 , составив его из четырех частей - получаем ч.т.д (пример разрезания всего квадрата 16×16 на уголки - см. рис. внизу).



Решение №2. (то же самое, но с волшебным словом "индукция") Докажем по индукции следующее утверждение: квадрат $2^n \times 2^n$ с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки из трех клеток. (На самом деле, здесь спрятан бесконечный ряд утверждений: про квадрат 2×2 , 4×4 , 8×8 , $16 \times 16 \dots 1024 \times 1024$ и т.д.)

База: Квадрат 2×2 с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки. Это верно, т.к. после вырезания клетки от квадрата 2×2 остается один уголок.

Переход: Если квадрат $2^n \times 2^n$ с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки, то можно разрезать и квадрат $2^{n+1} \times 2^{n+1}$. Действительно, квадрат $2^{n+1} \times 2^{n+1}$ составлен из четырех квадратов $2^n \times 2^n$. В одном из них вырезана клетка, а в остальных трех квадратах вырежем по клетке, отрезав уголок, прилежащий к центру исходного квадрата. Тогда каждый из этих четырех квадратов можно будет разрезать на уголки по предположению индукции, значит, можно разрезать и исходный квадрат, ч.т.д.

Замечание: предположением индукции называется предположение о верности очередного утверждения ряда, из верности которого мы в переходе индукции доказываем верность следующего утверждения ряда.

(!) Когда задача решается по индукции, то решение *записывается* в стиле, похожем на решение №2. Но *придумывается* оно часто в стиле решения №1 - так бывает удобнее, особенно для начинающих ;-)

А настоящее овладение методом- это умение придумывать решение *сразу* таким, как оно будет записано ;-)

2. Докажите, что число из 243 единиц делится на 243.

Решение №1: Давайте опять попробуем что-нибудь попроще. Например, 111 делится на 3, а число 111111111 - на 9. Это, конечно, правда, по общеизвестным признакам делимости на 3 и на 9 (на 3 и на 9 делится сумма цифр этих чисел). Но дальше признаки делимости заканчиваются :(Что же делать? Давайте *по-другому* докажем, что 111111111 делится на 9 - так, чтобы можно было из этого сделать *переход в общем виде*. Конечно, надо пользоваться тем, что в общем виде будет предположением индукции: 111 делится на 3. А давайте 111111111 на него *поделим* - в частном будет 1001001. Это частное, конечно, делится на 3 (по тому же признаку). А произведение двух чисел, делящихся на 3, делится на 9.

Идем дальше: почему число из 27 единиц делится на 27? Поделим его на 111111111 и получим в частном $10^{18}+10^9+1$. Это частное опять делится на 3 (его сумма цифр 3), а делитель, как мы уже знаем, на 9. Поэтому число из 27 единиц делится на $9*3=27$. Само это число будет делителем числа из 81 единицы, и в частном получается уже $10^{54}+10^{27}+1$ - все равно оно на 3 делится, по тем же причинам. А число из 81 единицы поделится тогда на $27*3=81$, что и следовало ожидать. Еще один такой же переход - и мы получим, что число из 243 единиц делится на 243, ч.т.д.

(!) Важная мысль: здесь, переходя к предыдущим шагам, мы уменьшаем уже не один, а *оба параметра*: число, которое должно делиться, и число, на которое оно должно делиться.

Решение №2: (опять то же самое, но строго индуктивно записанное) Докажем по индукции утверждение: число из 3^n единиц делится на 3^n (т.е. бесконечный ряд утверждений при разных натуральных n).

База: 111 делится на 3 (n=1). Святая правда. В частном 37 получается.

Переход: Заметим, что число из 3^{n+1} единиц делится на число из 3^n единиц, и в частном будет $10^{2*3^n}+10^{3^n}+1$ (т.е. число из трех единиц и кучи нулей). Делитель, по предположению индукции, делится на 3^n , а частное - на 3 (т.к. его сумма цифр 3). Значит, число из 3^{n+1} единиц делится на $3^n*3=3^{n+1}$, ч.т.д.

Замечание: Можно доказать, опять же по индукции, что число из 3^n единиц содержит 3 в степени ровно n. При n=1 это верно (база), а дальше заметим, что частное от деления числа из 3^{n+1} единиц на число из 3^n единиц делится только на 3, но не на 9, т.к. его сумма цифр равна 3 (переход).

Мы заметили некоторую закономерность в значениях изучаемой последовательности. Проверяем эту закономерность для n=1. Предполагаем, что формула справедлива при некотором n и доказываем, что она справедлива для n=p+1. Подставляем в формулу n+1 и получаем формулу, которой соответствует (n+1) – ый член. Затем получаем (n+1) – ый член, исходя из общего принципа построения последовательности. Получим формулу для n+1. Если эти формулы совпадают, то закономерность считается доказанной.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (работа в парах):

1. Докажите, что $1+2+...+N=N(N+1)/2$ (такие числа называются "треугольными": 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28...).

2. Докажите, что $3^{2N+2}+8N-9$ делится на 16 при любом натуральном N.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов
 ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Аппарат алгебры высказываний для работы с умозаключениями. Решение задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применения различных методов доказательств теорем.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Что подразумевается под дедуктивными умозаключениями?
2. Объясните суть метода математической индукции.

2) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Докажите, что $2^N > N$ при любом натуральном N .
2. Докажите, что $1+3+\dots+(2N-1)=N^2$ - сумма первых N нечетных чисел равна N^2 .
3. Докажите, что формула $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ справедлива при $n=1$.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	респись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Элементы теории и практики кодирования.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17

Системы счисления

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение перехода из одной системы счисления в другую.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Какие системы счисления используются для кодировки информации?
2. Как перевести число из двоичной системы в десятичную?
3. Как перевести число из восьмеричной системы в десятичную?
4. Как выполнить обратный переход?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Перевести числа 10100110_2 , 703_8 в десятичную систему

Решение: $10100110_2 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166_{10}$

$703_8 = 7 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 448 + 3 = 447_{10}$

2. Перевести числа 26, 241 и 3627 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную:

Решение:

$$\begin{array}{r} 26 \\ \underline{-26} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \underline{13} \\ 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \underline{6} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \underline{3} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array}$$

←

Ответ: $26_{10} = 11010_2$

$$\begin{array}{r} 241 \\ \underline{-240} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \underline{30} \\ 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \underline{3} \\ 5 \end{array}$$

←

Ответ: $241_{10} = 361_8$

$$\begin{array}{r} 3627 \\ \underline{-3616} \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{226} \\ 224 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{14} \\ 2 \end{array}$$

←

Ответ: (в 16-ной СС $14 - E$, а $11 - B$) $3627_{10} = E2B_{16}$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Перевести числа 1001101 , 110101 из двоичной системы в десятичную.

2. Перевести числа 624, 3771 из восьмеричной системы счисления в десятичную.
3. Перевести числа 23FA1, 12E5 из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную.
4. Перевести каждое из чисел 732, 112, 3895 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Кодирование информации
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 18

Кодирование информации

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение самостоятельно находить необходимый теоретический материал.

Ход работы

Заслушивание и обсуждение сообщений.

Тема: Кодирование информации
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19

Шифрование с открытым ключом

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение самостоятельно находить необходимый теоретический материал.

Ход работы

Заслушивание и обсуждение сообщений.

Тема: Конечные автоматы
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20

Решение общих задач теории автоматов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение строить конечные автоматы; проверить знания и умения по предмету.

Ход работы

представление презентаций на тему «Конечные автоматы».

Используемая литература

Основная литература:

Канцедал С. А. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2022. - 224 с. ЭБС znanium

Дополнительная литература:

Вороненко А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: Учебно-методическое пособие / А.А. Вороненко, В.С. Федорова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 104 с., ЭБС znanium