ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет путей сообщения»
Сибирский колледж транспорта и строительства

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

ООД.02.01 Математика
для специальности

08.02.05Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов

базовая подготовка
среднего профессионального образования

Иркутск 2024 г.

РАССМОТРЕНО:
ЦМК математики, физики, географии,
биологии, химии
Председатель ЦМК:
Новикова Т.П.
Протокол № 8
от «11» апреля 2024г.

Составители:

Новикова Т.П., преподаватель высшей категории Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения»

Убоженко Г.Г., преподаватель высшей категории Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения»

Содержание

Введение

Методические указания для выполнения практических работ составлены в соответствии с рабочей программой по учебному предмету ООД.02.01 Математика для специальности 08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов.

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой и необходимы для закрепления и контроля усвоения теоретических знаний, полученных на занятиях теоретического обучения.

Методические указания содержат следующие элементы: краткие теоретические сведения и формулы, решение типовых примеров, вопросы для проверки готовности к практической работе, варианты заданий для самостоятельного решения, критерии оценки выполнения практических заданий.

Практические задания выполняются обучающимися самостоятельно с применением знаний и умений, полученных на занятиях теоретического обучения, и пояснений преподавателя, полученных перед выполнением практических заданий.

Приступая к выполнению практической работы, обучающемуся необходимо ознакомиться с методическими рекомендациями по выполнению работы и критериями оценивания.

Каждая практическая работа выполняется в сроки, установленные в соответствии с календарно-тематическим планом рабочей программы учебного предмета. За практическую работу студент должен получить удовлетворительную оценку.

Критерии оценивания практических работ:

Отметка «5» ставиться, если выполнено 91-100% заданий;

Отметка «4» ставиться, если выполнено 76-90% заданий;

Отметка «3» ставиться, если выполнено 60-75% заданий.

Практическая работа №1

Тема: Нахождение области определения функции

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий

4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

- Функцией называется такая зависимость переменной У от переменной Х, когда каждому значению Х из множества действительных чисел по некоторому правилу (закону) ставиться в соответствие одно единственное действительное значение переменной У.

Законы – это математические действия, которые необходимо выполнить, чтобы найти значение У, соответствующее значению Х.

Но на множестве действительных чисел не всегда можно выполнить такие действия (из изученных), как деление, извлечение корня четной степени: действие деление на нуль не имеет смысла, не имеет смысла действие извлечения корня четной степени из отрицательно числа (т.к. подкоренное выражение – это результат возведения в четную степень).

- Область определения функции – это множество всех действительных значений x, при которых функция существует, т.е. выполняются все законы, собранные в формуле функции и в пару к некоторому значению x можно поставить соответствующее значение y (обозначаем D(f) или D(y)).

- Если функция не содержит ни одного из перечисленных действий (рациональная функция), то ее область определения – все действительные числа.

Например: Найти область определения следующих функций:

1) $y = x^3 - 2x^2 + 1$,

   Ответ: D(f): $x \in (-\infty; +\infty)$

2) $y = 4x + \sqrt{5}$,

   Ответ: D(f): $x \in (-\infty; +\infty)$

3) $y = \frac{x^2}{3} - x + 0,5$,

   Ответ: D(f): $x \in (-\infty; +\infty)$

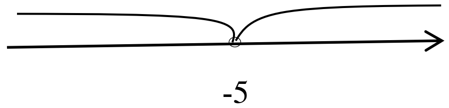
- Если функция содержит указанные действия относительно выражений, содержащих x, то необходимо наложить условия на эти выражения.

Например: Найти область определения следующих функций:

1) $y = \frac{x^2-4}{x+5}$

   Решение: $x + 5 \neq 0$

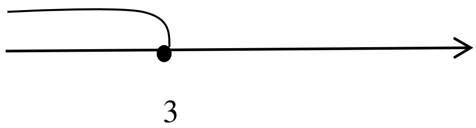
   $x \neq -5$



-5

Ответ: D(f): x ϵ (-∞; -5) ∪ (-5; +∞)

2) y = $\sqrt[4]{3-x}$
Решение: $3 - x \geq 0$
$3 \geq x$
$x \leq 3$



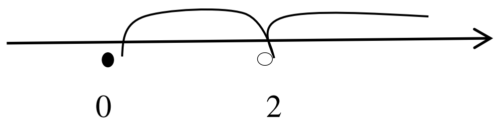
Ответ: D(f): x ϵ (-∞; 3]

- Если функция содержит несколько указанных действий относительно выражений, содержащих x, то необходимо налаживать условия на все эти выражения объединить их в систему.

Например: Найти область определения функции:

1)y = $\frac{1-x^2}{x-2} + \sqrt{2x}$

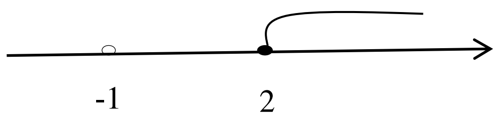
Решение: $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ 2x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$



Ответ: D(f): x ϵ [0; 2) ∪ (2; +∞)

2)y = $\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} + \sqrt{x-2}$

Решение: $\begin{cases} x + 1 \neq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$



Ответ: D(f): x ϵ [2; +∞)

Ответ: D(f): x ϵ (-1; 3)

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:
1)Что называется функцией?
2)Что называется областью определения функции?
3)На какие алгебраические действия необходимо обратить внимание при нахождении области определения функции?
4)Какие действия не содержит рациональная функция?
5)Какова область определения рациональной функции?
6)Как найти область определения дробно-рациональной функции?

7)Как найти область определения иррациональной функции с четным показателем?
8)Как найти область определения иррациональной функции с нечетным показателем?
9)Как найти область определения функции, содержащей несколько действий относительно х, не всегда выполняющихся?

Задания для практического занятия:
Найти область определения функции:

Вариант		Вариант	
1	**1**.$y = 2x^5 - x + 3$ **2**.$y = \sqrt{3x-5}$ **3**.$y = \frac{1-2x}{x+6}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$ **5**.$y = \frac{\sqrt[3]{x-3}}{x+1} \cdot (x-1)$	**17**	**1**.$y = 1 - \sqrt{1+2x}$ **2**.$y = \frac{\sqrt{x}}{5} + x^3$ **3**.$y = \frac{5x}{1-x^2} + 3$ **4**.$y = \sqrt{x-6} - \sqrt{2x+4}$ **5**.$y = 3x \cdot \sqrt[5]{x+4}$
2	**1**.$y = 4x + 7x^3$ **2**.$y = \sqrt[3]{x-7}$ **3**.$y = \frac{4x+1}{\sqrt{x-5}}$ **4**.$y = \frac{1}{x} + \sqrt{x+4}$ **5**.$y = \frac{x^2}{x-6} \cdot \sqrt[3]{x}$	**18**	**1**.$y = x^5 - 7x + 5$ **2**.$y = 3x \cdot \sqrt{x^2+4}$ **3**.$y = \frac{2-6x^5-7x}{12} - \sqrt{2x}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{4x-1}$ **5**.$y = \frac{\sqrt[3]{1-2x}}{x-2}$
3	**1**.$y = 2x^7 + \frac{x}{5}$ **2**.$y = \sqrt{2x+6} - x^2$ **3**.$y = \frac{1-4x}{x-1}$ **4**.$y = \frac{5x-3}{x+3} + \sqrt{1-2x}$ **5**.$y = \frac{(2-x)^2}{2+x}$	**19**	**1.**$y = 8x(1-6x^7)$ **2**. $y = \sqrt[3]{1-2x} + \frac{5}{x}$ **3**.$y = \sqrt[7]{5x} - 4x^7$ **4**.$y = 13 + \frac{3x+7}{\sqrt[3]{x-4}}$ **5**.$y = \frac{\sqrt{x+5}}{x-1}$
4	**1.**$y = \sqrt[5]{x-4} + 6x^7$ **2**.$y = 4 - \frac{1}{x+9}$ **3**.$y = \frac{1+12x}{x^2-4}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x}}{5} + 4x^3$ **5**.$y = \sqrt[7]{2+3x} + \frac{1}{x}$	**20**	**1** .$y = \frac{2x}{5} + 4x^3 - 3$ **2**.$y = \frac{4-3x}{9} - \sqrt{6x}$ **3**.$y = \frac{1-4x^5-x}{3} - \sqrt{x}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{2x+3}}{4x-5} - 2$ **5**.$y = \frac{x-5}{x^2-1}$
5	**1**.$y = 7x^9 - \frac{4x}{3}$ **2**.$y = \sqrt{4-2x} + 3$ **3**.$y = 18 - \frac{2+8x}{x^2}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1} - 2x^2$ **5**.$y = \frac{1}{x-6} \cdot 4x$	**21**	**1**.$y = \frac{3}{7} - \frac{2x^4}{1-5x}$ **2**.$y = \frac{\sqrt{x-2}}{5} + 3x^3$ **3**.$y = (1+x^6) \cdot \sqrt{2x+5}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x}}{2} + x^3 + 4$ **5**.$y = \frac{\sqrt{3+x}}{x^2-4}$
6	**1**.$y = \frac{3x}{5} - \frac{x^4}{1-7x}$	**22**	**1**.$y = x^5 - 4x + \sqrt{3}$

	2.$y = 8\cdot\sqrt{x^2+1}$ **3**.$y = \frac{2-x^5-7x}{4} - \sqrt{x}$ **4**.$y = 1 + \frac{3x+5}{\sqrt[3]{x-4}}$ **5**.$y = \frac{\sqrt{2x-5}}{x-10}$		**2**.$y = \frac{x^4+3}{1-x}$ **3**.$y = \frac{1-2x}{x^2-4}$ **4**. $y = \frac{1}{7x} + \sqrt{x+3}$ **5**.$y = \frac{\sqrt{x-4}}{x^2-1}$
7	**1**.$y = \frac{2x}{3} + 8x^3 - 6$ **2**.$y = \sqrt[5]{1-2x} + \frac{2}{x}$ **3**.$y = (1+x)\cdot\sqrt{x+5}$ **4**.$y = \frac{9x}{\sqrt{1-5x}}$ **5**.$y = x^2 + \sqrt[4]{1-5x}$	**23**	**1**.$y = 2x^5 - 5x + 3$ **2**.$y = \sqrt{2x+1} - x^2$ **3**.$y = \frac{5x}{1-x^2} + 3x$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x}}{34} + 5x^3 - 1$ **5**.$y = \frac{x^2-1}{\sqrt{x}}$
8	**1**.$y = 6 - 3x - \frac{1}{2}$ **2**.$y = \frac{9x^4+3}{4-x}$ **3**.$y = \sqrt[7]{2x} - x^6$ **4**.$y = \sqrt{3x-6} - \sqrt{x+4}$ **5**.$y = \sqrt[3]{x+4} + \frac{1}{4x}$	**24**	**1**.$y = \frac{3x}{7} - \frac{2x^4}{1-5x}$ **2**.$y = 2x\cdot\sqrt{2x^2+4}$ **3**.$y = \sqrt[5]{x-3} + x^7$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{4x-8}$ **5**.$y = 3x - \sqrt[5]{7-x}$
9	**1**.$y = 3x^5 - x + 0.5$ **2**.$y = \frac{4-3x}{2} - \sqrt{x}$ **3**.$y = \sqrt{2} - \sqrt[5]{1-6x}$ **4**.$y = \frac{6x+8}{\sqrt{1+x}}$ **5**.$y = x^4\cdot\sqrt{3-x}$	**25**	**1**.$y = 3 - \sqrt{4-2x}$ **2**. $y = \sqrt[5]{1-2x} + \frac{3}{4x}$ **3**.$y = (1+2x)\cdot\sqrt{x-5}$ **4**.$y = \frac{2x-5}{\sqrt{1-3x}}$ **5**.$y = \frac{\sqrt{x+6}}{x-3}$
10	**1**.$y = 8x(3-6x^2)$ **2**.$y = 1 - \sqrt{4+2x}$ **3**.$y = \frac{9x}{1-x^2} + 3$ **4**.$y = \frac{\sqrt{2x-6}}{x-7}$ **5**.$y = \frac{x^2-4}{2x}$	**26**	**1**.$y = 2x^5 - 4x + 3$ **2**.$y = \sqrt{2x-5}$ **3**.$y = \frac{1-4x}{x+6}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ **5**.$y = \frac{2x^2+4x-1}{x+4}$
11	**1**.$y = 2x^5 - x + 3$ **2**.$y = \sqrt{2x+6} - x^2$ **3**.$y = \sqrt[5]{x-4} + 6x^7$ **4**.$y = \frac{5x}{\sqrt{1-5x}}$ **5**.$y = \sqrt{2x+7} + \frac{2}{x}$	**27**	**1**.$y = 4x + 3x^3$ **2**.$y = \sqrt[3]{x-4}$ **3**.$y = \frac{2x+1}{\sqrt{x-5}}$ **4**.$y = \frac{3}{x} + \sqrt{x+2}$ **5**.$y = \frac{x^7}{1-x}$
12	**1** .$y = \frac{2x}{3} + 4x^3 - 1$ **2.** $y = \sqrt[5]{1-2x} + \frac{2}{x}$ **3**. $y = \frac{x^5-7x}{4} - \sqrt{x}$ **4**.$y = 1 + \frac{3x+5}{\sqrt[3]{x-4}}$	**28**	**1**.$y = 3x^7 + \frac{x}{5}$ **2**.$y = \sqrt{3x+6} - x^2$ **3**.$y = \frac{8-4x}{x-1}$ **4**.$y = \frac{5x-11}{x+3} + \sqrt{1-4x}$ **5**.$y = \frac{\sqrt[4]{x-4}}{2+x}$

	5.$y = \frac{\sqrt{x+5}}{x-3}$		
13	**1**. $y = \sqrt{2x+6} - x^2$ **2**.$y = \frac{\sqrt{x}}{5} + 4x^3$ **3**.$y = \frac{2-x^5-4x}{8} - \sqrt{x}$ **4**.$y = 1 + \frac{3x+5}{\sqrt[3]{x-4}}$ **5**.$y = \frac{1}{x} - \sqrt{x+3}$	**29**	**1**.$y = \sqrt[5]{x-2} + 6x^7$ **2**.$y = 4 - \frac{3}{x+9}$ **3**.$y = \frac{4+2x}{x^2-4}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x}}{5} + 4x^5$ **5**.$y = \sqrt{3x+2} + \frac{1}{x}$
14	**1**.$y = 5 - 3x - \frac{1}{2}$ **2**.$y = 3x \cdot \sqrt{x^2+1}$ **3**.$y = \frac{2-x^5-7x}{4} - \sqrt{x}$ **4**. $y = \frac{1}{x} + \sqrt{x+4}$ **5**.$y = \frac{7x-1}{\sqrt[3]{x}}$	**30**	**1**.$y = 2x^9 - \frac{4x}{3}$ **2**.$y = \sqrt{4-x} + 3$ **3**.$y = 18x - \frac{2+4x}{x^2}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-7} - 2x^4$ **5**.$y = \frac{\sqrt[5]{x}}{x-5}$
15	**1**.$y = \frac{3}{5} - \frac{x^4}{1-7x}$ **2**.$y = \sqrt{4-2x} + 3$ **3**.$y = 1 - \frac{2+4x}{5x^2}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x}}{6} + 5x^3$ **5**.$y = \frac{3x^2+x-2}{2x+1}$	**31**	**1**.$y = 2x^5 - x + 4$ **2**.$y = \sqrt[3]{x-9}$ **3**.$y = \frac{5+12x}{x^2-4}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1} - 2x^4$ **5**.$y = \frac{\sqrt[3]{1-2x}}{4+x}$
16	**1**.$y = 4x + 7x^3$ **2**.$y = \sqrt{6x+1} - x^7$ **3**.$y = \sqrt{2} - \sqrt[5]{1-2x}$ **4**.$y = \frac{x-3}{x+3} + \sqrt{1-5x}$ **5**.$y = \sqrt[5]{1+2x} + \frac{1}{2x}$	**32**	**1**.$y = \frac{x}{5} - \frac{x^4}{1-7x}$ **2**.$y = \sqrt[5]{1-3x} + \frac{2}{x}$ **3**.$y = \sqrt{2} - \sqrt[5]{1-6x}$ **4**.$y = \frac{\sqrt{2x-6}}{x-7}$ **5**.$y = \sqrt[3]{2-x} + \frac{1}{4x}$

Критерии оценивания:
За одно задание 4 балла:
1б – верно наложены условия (если необходимо)
1б – верно выполнены вычисления
1б – верно выполнена графическая интерпретация решения
1б – верно записан ответ (в виде интервала)

Итого:
19-20б – «5»
15-18б – «4»
12-14б – «3»

Практическая работа № 2

Тема: Вычисление корней и степеней

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Понятие степени с натуральным показателем

Пусть a – некоторое число и $n \in N$, $n > 1$, то $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ \text{раз}} = a^n$ – называется n – й степенью числа a.

$\mathbf{a^n = b}$, где a – основание степени, n – показатель степени, b – результат возведения в степень.

Например, $3^5 = 243$, т.к. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

2.Степени с целым показателем и их свойства

Для степеней с целыми показателями определение и обозначения такие же, как для степени с натуральным показателем.

Свойства:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2) $a^n : a^m = a^{n-m}$
3) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6) $a^0 = 1$
7) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

3.Понятие корня n – й степени и его свойства

Пусть $n \in N$, $n > 1$ и b – некоторое число, то корнем n – й степени из числа b называется такое число a, что $a^n = b$.

Корни обозначаются с помощью знака радикала, т.е. $a = \sqrt[n]{b}$

Действие извлечение корня – это операция обратная операции возведения в степень (действие нахождения основания степени).

Например: $\sqrt{4} = 2$, т.к. $2^2 = 4$

$\sqrt[4]{81} = 3$,т. к. $3^4 = 81$

Свойства:

1. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
4. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
5. $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$
6. $\sqrt[n \cdot m]{a^n} = \sqrt[m]{a}$, или $\sqrt[n]{a^{n \cdot m}} = a^m$

4.Понятие степени с действительным показателем, свойства

Степенью с действительным показателем называется такое число a, что $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Свойства степеней с действительными показателями такие же как свойства степеней с целыми показателями.

1.Записать в виде степени с дробным показателем:

$\sqrt[5]{а^2} = а^{\frac{2}{5}}$; $\sqrt{к^3} = к^{\frac{3}{2}}$

2.Перейти к корню:

$а^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{а^3}$; $к^{\frac{-1}{2}} = \sqrt{к^{-1}}$; $х^{0,2} = х^{\frac{2}{10}} = х^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{х}$

5.Формула «сложных» процентов.

Банк начисляет по вкладу ежегодно m%. В конце года процент добавляется к вкладу. Каков будет вклад через n лет?

Обозначим исходный вклад через А. В конце года он станет равным

$A + A \cdot \frac{m}{100} = A \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)$. Таким образом, вклад через год получается умножением на число $q = 1 + \frac{m}{100}$. Геометрическая прогрессия A, Aq, Aq^2, ….дает последовательность вкладов на каждый год.

Формула для вклада An через n лет:

$$An = A \cdot \left(1 + \frac{m}{100}\right)^n$$

Называется формулой «сложных» процентов.

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Что называется степенью числа?
2)Что называется основанием степени?
3)Что называется показателем степени?
4)Перечислите свойства степеней.
5)Что называется корнем n – й степени?
6)Перечислите свойства корней.
7)Дайте определение степени с действительным показателем.
8)Назовите формулу «сложных» процентов.

Задания для практического занятия:

1. **Представить в виде корня:**

№ Вариант	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	$a^{\frac{1}{4}}$	$b^{\frac{2}{3}}$	$c^{\frac{5}{2}}$	$d^{\frac{-3}{4}}$	$n^{1,5}$	$m^{1\frac{2}{3}}$
2	$a^{\frac{1}{3}}$	$b^{\frac{3}{4}}$	$c^{\frac{7}{2}}$	$d^{\frac{-3}{5}}$	$n^{2,3}$	$m^{1\frac{3}{4}}$
3	$a^{\frac{1}{6}}$	$b^{\frac{3}{5}}$	$c^{\frac{3}{2}}$	$d^{\frac{-1}{5}}$	$n^{1,3}$	$m^{2\frac{3}{4}}$
4	$a^{\frac{1}{7}}$	$b^{\frac{2}{5}}$	$c^{\frac{9}{2}}$	$d^{\frac{-1}{6}}$	$n^{1,2}$	$m^{2\frac{5}{4}}$
5	$a^{\frac{1}{5}}$	$b^{\frac{2}{7}}$	$c^{\frac{11}{2}}$	$d^{\frac{-5}{6}}$	$n^{0,2}$	$m^{3\frac{5}{4}}$
6	$a^{\frac{1}{9}}$	$b^{\frac{6}{7}}$	$c^{\frac{5}{2}}$	$d^{\frac{-5}{7}}$	$n^{0,8}$	$m^{5\frac{5}{7}}$
7	$a^{\frac{1}{8}}$	$b^{\frac{2}{3}}$	$c^{\frac{10}{3}}$	$d^{\frac{-3}{7}}$	$n^{3,2}$	$m^{4\frac{5}{9}}$
8	$a^{\frac{1}{4}}$	$b^{\frac{3}{4}}$	$c^{\frac{4}{3}}$	$d^{\frac{-5}{8}}$	$n^{2,2}$	$m^{1\frac{5}{6}}$
9	$a^{\frac{1}{7}}$	$b^{\frac{2}{11}}$	$c^{\frac{7}{3}}$	$d^{\frac{-4}{7}}$	$n^{3,1}$	$m^{1\frac{7}{8}}$

10	$a^{\frac{1}{12}}$	$b^{\frac{2}{9}}$	$c^{\frac{9}{2}}$	$d^{\frac{-3}{5}}$	$n^{4,1}$	$m^{1\frac{2}{3}}$
11	$a^{\frac{1}{5}}$	$b^{\frac{7}{8}}$	$c^{\frac{8}{3}}$	$d^{\frac{-4}{5}}$	$n^{6,5}$	$m^{1\frac{3}{4}}$
12	$a^{\frac{1}{4}}$	$b^{\frac{2}{15}}$	$c^{\frac{7}{2}}$	$d^{\frac{-3}{4}}$	$n^{3,5}$	$m^{3\frac{7}{8}}$
13	$a^{\frac{1}{6}}$	$b^{\frac{3}{7}}$	$c^{\frac{4}{9}}$	$d^{\frac{-1}{6}}$	$n^{2,6}$	$m^{3\frac{5}{4}}$
14	$a^{\frac{1}{8}}$	$b^{\frac{7}{9}}$	$c^{\frac{3}{2}}$	$d^{\frac{-3}{7}}$	$n^{3,4}$	$m^{4\frac{5}{7}}$
15	$a^{\frac{1}{3}}$	$b^{\frac{2}{13}}$	$c^{\frac{11}{2}}$	$d^{\frac{-1}{5}}$	$n^{8,1}$	$m^{2\frac{3}{4}}$
16	$a^{\frac{1}{13}}$	$b^{\frac{3}{5}}$	$c^{\frac{5}{2}}$	$d^{\frac{-5}{6}}$	$n^{5,1}$	$m^{4\frac{5}{9}}$
17	$a^{\frac{1}{5}}$	$b^{\frac{2}{9}}$	$c^{\frac{10}{3}}$	$d^{\frac{-4}{7}}$	$n^{2,5}$	$m^{2\frac{5}{4}}$
18	$a^{\frac{1}{3}}$	$b^{\frac{2}{7}}$	$c^{\frac{3}{2}}$	$d^{\frac{-5}{8}}$	$n^{2,9}$	$m^{1\frac{5}{6}}$
19	$a^{\frac{1}{7}}$	$b^{\frac{5}{6}}$	$c^{\frac{4}{3}}$	$d^{\frac{-2}{9}}$	$n^{6,7}$	$m^{1\frac{5}{6}}$
20	$a^{\frac{1}{9}}$	$b^{\frac{3}{4}}$	$c^{\frac{7}{2}}$	$d^{\frac{-3}{5}}$	$n^{3,2}$	$m^{1\frac{3}{4}}$
21	$a^{\frac{1}{11}}$	$b^{\frac{7}{9}}$	$c^{\frac{9}{2}}$	$d^{\frac{-8}{9}}$	$n^{5,7}$	$m^{7\frac{5}{6}}$
22	$a^{\frac{1}{4}}$	$b^{\frac{3}{8}}$	$c^{\frac{7}{3}}$	$d^{\frac{-4}{7}}$	$n^{2,7}$	$m^{5\frac{2}{7}}$
23	$a^{\frac{1}{12}}$	$b^{\frac{4}{7}}$	$c^{\frac{11}{2}}$	$d^{\frac{-3}{4}}$	$n^{3,5}$	$m^{4\frac{5}{9}}$
24	$a^{\frac{1}{8}}$	$b^{\frac{2}{11}}$	$c^{\frac{4}{3}}$	$d^{\frac{-2}{9}}$	$n^{5,1}$	$m^{3\frac{5}{4}}$
25	$a^{\frac{1}{15}}$	$b^{\frac{3}{8}}$	$c^{\frac{10}{3}}$	$d^{\frac{-5}{7}}$	$n^{5,8}$	$m^{1\frac{2}{3}}$
26	$a^{\frac{1}{3}}$	$b^{\frac{2}{7}}$	$c^{\frac{3}{2}}$	$d^{\frac{-1}{6}}$	$n^{7,6}$	$m^{5\frac{4}{7}}$
27	$a^{\frac{1}{12}}$	$b^{\frac{7}{8}}$	$c^{\frac{7}{2}}$	$d^{\frac{-1}{3}}$	$n^{3,4}$	$m^{2\frac{3}{4}}$
28	$a^{\frac{1}{5}}$	$b^{\frac{2}{15}}$	$c^{\frac{4}{9}}$	$d^{\frac{-3}{7}}$	$n^{8,1}$	$m^{4\frac{5}{9}}$
29	$a^{\frac{1}{4}}$	$b^{\frac{3}{7}}$	$c^{\frac{3}{2}}$	$d^{\frac{-1}{5}}$	$n^{5,1}$	$m^{2\frac{5}{4}}$
30	$a^{\frac{1}{6}}$	$b^{\frac{7}{9}}$	$c^{\frac{11}{2}}$	$d^{\frac{-5}{6}}$	$n^{2,5}$	$m^{1\frac{5}{6}}$
31	$a^{\frac{1}{7}}$	$b^{\frac{3}{11}}$	$c^{\frac{8}{3}}$	$d^{\frac{-5}{7}}$	$n^{3,2}$	$m^{1\frac{5}{8}}$
32	$a^{\frac{1}{6}}$	$b^{\frac{4}{7}}$	$c^{\frac{9}{5}}$	$d^{\frac{-1}{8}}$	$n^{2,7}$	$m^{2\frac{5}{4}}$

2. Представить в виде степени с рациональным показателем:

№ Варианта	**1**	**2**	**3**	**4**
1	$\sqrt[3]{a^2}$	$\sqrt[5]{b^8}$	$\sqrt{c^5}$	$\sqrt[7]{d^{-1}}$
2	$\sqrt[5]{a^3}$	$\sqrt[7]{b^{11}}$	$\sqrt{c^9}$	$\sqrt[5]{d^{-2}}$
3	$\sqrt[6]{a^5}$	$\sqrt[3]{b^7}$	$\sqrt{c^{13}}$	$\sqrt[4]{d^{-11}}$
4	$\sqrt[3]{a^7}$	$\sqrt[5]{b^6}$	$\sqrt{c^3}$	$\sqrt[7]{d^{-5}}$
5	$\sqrt[4]{a^3}$	$\sqrt[8]{b^9}$	$\sqrt{c^7}$	$\sqrt[8]{d^{-1}}$
6	$\sqrt[3]{a^2}$	$\sqrt[6]{b^7}$	$\sqrt{c^{11}}$	$\sqrt[12]{d^{-4}}$
7	$\sqrt[7]{a^2}$	$\sqrt[4]{b^5}$	$\sqrt{c^{15}}$	$\sqrt[5]{d^{-3}}$

8	$\sqrt[3]{a^5}$	$\sqrt[3]{b^7}$	$\sqrt{c^5}$	$\sqrt[7]{d^{-10}}$
9	$\sqrt[3]{a^7}$	$\sqrt[6]{b^{11}}$	$\sqrt{c^{17}}$	$\sqrt[9]{d^{-2}}$
10	$\sqrt[5]{a^3}$	$\sqrt[5]{b^9}$	$\sqrt{c^3}$	$\sqrt[6]{d^{-5}}$
11	$\sqrt[4]{a^7}$	$\sqrt[7]{b^8}$	$\sqrt{c^{13}}$	$\sqrt[11]{d^{-1}}$
12	$\sqrt[8]{a^3}$	$\sqrt[4]{b^{13}}$	$\sqrt{c^9}$	$\sqrt[7]{d^{-9}}$
13	$\sqrt[7]{a^2}$	$\sqrt[5]{b^7}$	$\sqrt{c^{19}}$	$\sqrt[8]{d^{-7}}$
14	$\sqrt[9]{a^2}$	$\sqrt[3]{b^5}$	$\sqrt{c^7}$	$\sqrt[5]{d^{-4}}$
15	$\sqrt[7]{a^3}$	$\sqrt[9]{b^{13}}$	$\sqrt{c^{29}}$	$\sqrt[8]{d^{-3}}$
16	$\sqrt[4]{a^5}$	$\sqrt[4]{b^7}$	$\sqrt{c^{41}}$	$\sqrt[4]{d^{-5}}$
17	$\sqrt[5]{a^7}$	$\sqrt[3]{b^{10}}$	$\sqrt{c^{21}}$	$\sqrt[7]{d^{-9}}$
18	$\sqrt[4]{a^3}$	$\sqrt[5]{b^8}$	$\sqrt{c^{31}}$	$\sqrt[4]{d^{-1}}$
19	$\sqrt[8]{a^5}$	$\sqrt[7]{b^9}$	$\sqrt{c^{33}}$	$\sqrt[9]{d^{-7}}$
20	$\sqrt[9]{a^3}$	$\sqrt[4]{b^7}$	$\sqrt{c^{43}}$	$\sqrt[6]{d^{-5}}$
21	$\sqrt[8]{a^7}$	$\sqrt[6]{b^{13}}$	$\sqrt{c^{57}}$	$\sqrt[7]{d^{-13}}$
22	$\sqrt[9]{a^2}$	$\sqrt[5]{b^9}$	$\sqrt{c^{13}}$	$\sqrt[3]{d^{-1}}$
23	$\sqrt[11]{a^2}$	$\sqrt[3]{b^5}$	$\sqrt{c^{47}}$	$\sqrt[8]{d^{-11}}$
24	$\sqrt[9]{a^7}$	$\sqrt[8]{b^{11}}$	$\sqrt{c^{13}}$	$\sqrt[6]{d^{-3}}$
25	$\sqrt[4]{a^2}$	$\sqrt[7]{b^{10}}$	$\sqrt{c^{61}}$	$\sqrt[9]{d^{-1}}$
26	$\sqrt[5]{a^7}$	$\sqrt[5]{b^9}$	$\sqrt{c^{11}}$	$\sqrt[7]{d^{-6}}$
27	$\sqrt[3]{a^2}$	$\sqrt[7]{b^{11}}$	$\sqrt{c^{15}}$	$\sqrt[7]{d^{-5}}$
28	$\sqrt[5]{a^3}$	$\sqrt[3]{b^7}$	$\sqrt{c^3}$	$\sqrt[8]{d^{-1}}$
29	$\sqrt[6]{a^5}$	$\sqrt[5]{b^6}$	$\sqrt{c^7}$	$\sqrt[5]{d^{-3}}$
30	$\sqrt[4]{a^3}$	$\sqrt[8]{b^9}$	$\sqrt{c^{21}}$	$\sqrt[7]{d^{-10}}$
31	$\sqrt[7]{a^3}$	$\sqrt[3]{b^{11}}$	$\sqrt{c^9}$	$\sqrt[5]{d^{-1}}$
32	$\sqrt[8]{a^7}$	$\sqrt[7]{b^{10}}$	$\sqrt{c^{33}}$	$\sqrt[9]{d^{-5}}$

3. Выполнить действия:

№ Вариант		**№ Вариант**	
1	$2^{1-2\sqrt{2}} \cdot 4^{\sqrt{2}}$	**17**	$3^{4+3\sqrt{5}} : 27^{\sqrt{5}}$
2	$3^{1-3\sqrt{2}} \cdot 27^{\sqrt{2}}$	**18**	$5^{1-3\sqrt{2}} \cdot 125^{\sqrt{2}}$
3	$7^{2-2\sqrt{5}} \cdot 49^{\sqrt{5}}$	**19**	$6^{1-2\sqrt{2}} \cdot 36^{\sqrt{2}}$
4	$3^{2+4\sqrt{2}} : 81^{\sqrt{2}}$	**20**	$3^{1+2\sqrt{4}} : 9^{\sqrt{4}}$
5	$2^{1-4\sqrt{2}} \cdot 4^{2\sqrt{2}}$	**21**	$7^{2+2\sqrt{5}} : 49^{\sqrt{5}}$
6	$4^{2-3\sqrt{2}} \cdot 64^{\sqrt{2}}$	**22**	$4^{1-3\sqrt{2}} \cdot 64^{\sqrt{2}}$
7	$5^{1-4\sqrt{2}} \cdot 25^{2\sqrt{2}}$	**23**	$3^{3+4\sqrt{2}} : 81^{\sqrt{2}}$
8	$3^{2-3\sqrt{5}} \cdot 27^{\sqrt{5}}$	**24**	$2^{1-4\sqrt{2}} \cdot 4^{2\sqrt{2}}$
9	$3^{4+4\sqrt{5}} : 81^{\sqrt{5}}$	**25**	$5^{3-3\sqrt{2}} \cdot 125^{\sqrt{2}}$

10	$5^{1-2\sqrt{2}} \cdot 25^{\sqrt{2}}$	**26**	$3^{2+3\sqrt{5}} : 27^{\sqrt{5}}$
11	$2^{1-4\sqrt{2}} \cdot 16^{\sqrt{2}}$	**27**	$4^{1+2\sqrt{7}} : 16^{\sqrt{7}}$
12	$3^{1+4\sqrt{5}} : 81^{\sqrt{5}}$	**28**	$3^{1-2\sqrt{2}} \cdot 9^{\sqrt{2}}$
13	$2^{2-3\sqrt{2}} \cdot 8^{\sqrt{2}}$	**29**	$7^{1+2\sqrt{3}} : 49^{\sqrt{3}}$
14	$3^{1-3\sqrt{2}} \cdot 27^{\sqrt{2}}$	**30**	$5^{1-4\sqrt{2}} \cdot 25^{2\sqrt{2}}$
15	$4^{2-3\sqrt{2}} \cdot 64^{\sqrt{2}}$	**31**	$3^{2+4\sqrt{5}} : 81^{\sqrt{5}}$
16	$12^{2-2\sqrt{2}} \cdot 144^{\sqrt{2}}$	**32**	$2^{5-4\sqrt{2}} \cdot 16^{\sqrt{2}}$

4. **Решить задачу:** Банк начисляет по вкладу ежегодно m% . В конце года процент добавляется к вкладу. Каков будет вклад через n лет, если первоначальная сумма вклада была А?

№ Вариант	**А**	**m**	**n**	**№ Вариант**	**А**	**m**	**n**
1	150000	7	3	**17**	160000	6	2
2	220000	4	4	**18**	185000	8	3
3	130000	5	3	**19**	90000	7	1
4	84000	4,5	3	**20**	130000	5	2
5	230000	3	2	**21**	160000	6	4
6	380000	6	1	**22**	74000	4,5	2
7	180000	7	2	**23**	125000	7	3
8	240000	3	4	**24**	98000	4	4
9	170200	5	3	**25**	130000	5	2
10	312000	8	1	**26**	144000	3	2
11	212200	4	2	**27**	200000	4	1
12	280000	9	2	**28**	105000	4	5
13	160000	6,5	3	**29**	220000	6	2
14	140000	4	5	**30**	350000	4	3
15	122000	6	4	**31**	280000	5	4
16	820050	4	6	**32**	110600	6	5

Критерии:
№1 – 3 балла (по 0,5 каждое)
№2 – 2 балла (по 0,5 каждое)
№3 – 2 балла (Приведение к общему основанию + вычисления)
№4 – 3 балла (условие записано – 0,5б; формула – 0,5б; вычисления – 1б; верно записан ответ – 1б)
Итого:
10 баллов – «5»
8-9 баллов – «4»
6-7 баллов – «3»

Практическая работа №3

Тема: Вычисление логарифмов

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Определение логарифма.

Рассмотрим равенство: $a^c = b$, где a – основание степени, c – показатель степени, b – результат возведения в степень.

Логарифмом положительного числа **b** по основанию **a**, где a > 0, a ≠ 1, называется **показатель степени**, в которую надо возвести число a, чтобы получить b.

$c = \log_a b$

$\log_3 5$ читаем: логарифм числа 5 по основанию 3.

Действие нахождения показателя степени, по заданным основанию и результату возведения в степень, называется *логарифмированием.* Это действие – обратное возведению в степень.

Например:

1. $\log_2 8 = 3$, т.к. $2^3 = 8$
2. $\log_5 5 = 1$, т.к. $5^1 = 5$
3. $\log_6 \frac{1}{36} = -2$, т.к. $6^{-2} = \frac{1}{36}$
4. $\log_7 \sqrt{7} = \frac{1}{2}$
5. $\log_3 1 = 0$, т.к. $3^0 = 1$
6. $\log_{\frac{3}{5}} \frac{9}{25} = 2$, т.к. $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$
7. $\log_{\frac{4}{7}} \frac{49}{16} = -2$, т.к. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-2} = \frac{49}{16}$
8. $\log_{0,5} 0{,}125 = 3$, т.к. $(0{,}5)^3 = 0{,}125$

2.Основное логарифмическое тождество.

Так как $a^c = b$ (1.) и $c = \log_a b$ (2.), то подставляя (2.) в (1.), получим

$$a^{\log_a b} = b$$

Это равенство называется *логарифмическим тождеством.*

Основное логарифмическое тождество позволяет вычислять значения таких выражений:

1. $3^{\log_3 5} = 5$
2. $25^{\log_{25} 7} = 7$
3. $36^{\log_6 5} = (6^2)^{\log_6 5} = \left(6^{\log_6 5}\right)^2 = 5^2 = 25$
4. $\left(\frac{1}{125}\right)^{\log_5 4} = (5^{-3})^{\log_5 4} = \left(5^{\log_5 4}\right)^{-3} = 4^{-3} = \frac{1}{64}$
5. $3^{1+\log_3 7} = 3^1 \cdot 3^{\log_3 7} = 3 \cdot 7 = 21$
6. $4^{3+\log_2 5} = 4^3 \cdot 4^{\log_2 5} = 64 \cdot (2^2)^{\log_2 5} = 64 \cdot \left(2^{\log_2 5}\right)^2 = 64 \cdot 5^2 = 64 \cdot 25 = 1600$

3.Существование логарифма.

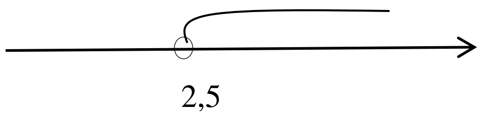
Так как мы рассматриваем логарифмы только с положительными основаниями, то результат возведения в степень, стоящий под знаком логарифма, должен быть только положительным. Отсюда следует вывод, что логарифм существует, если выражение, стоящее под знаком логарифма, положительно.

Например: выяснить, при каком значении x существует логарифм:

1) $\log_3(2x-5)$

Решение: $2x - 5 > 0$

$x > 2,5$



Ответ: логарифм существует при $x \in (2,5\ ;+\infty)$

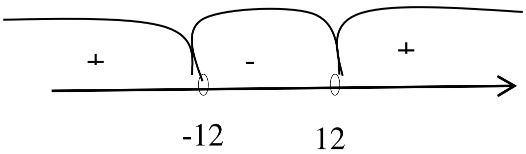
2) $\log_5(x^2-144)$

Решение: $x^2 - 144 > 0$

$x^2 - 144 = 0$

$x^2 = 144$

$x_1 = 12;\quad x_2 = -12$



Ответ: $x \in (-\infty;\ -12) \cup (12;+\infty)$

4.*Десятичным логарифмом* числа называется логарифм этого числа по основанию 10, который обозначается lg b, вместо $\log_{10} b$.

Например:

$\lg 1000 = 3$, т.к. $10^3 = 1000$

Натуральным логарифмом числа называется логарифм этого числа по основанию **e**, где e = 2,7182818…($\approx$ 2,7).

Натуральные логарифмы обозначаются ln b, вместо $\log_e b$.

5.Свойства логарифмов

1) $\log_a b + \log_a k = \log_a(b\cdot k)$
2) $\log_a b - \log_a k = \log_a\left(\frac{b}{k}\right)$
3) $r\cdot\log_a b = \log_a b^r$
4) $\log_a b = \log_{c^n} c^k = \frac{k}{n}$

Например:

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2$
2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12}\left(\frac{48}{4}\right) = \log_{12} 12 = 1$
3) $\frac{\log_5 16}{\log_5 32} = \frac{\log_5 2^4}{\log_5 2^5} = \frac{4\cdot\log_5 2}{5\cdot\log_5 2} = \frac{4}{5}$
4) $\log_8 16 = \log_{2^3} 2^4 = \frac{4}{3}$
5) $\log_2(16\sqrt[4]{8}) = \log_2(16\sqrt[4]{2^3}) = \log_2\left(2^4\cdot 2^{\frac{3}{4}}\right) = \log_2 2^{4+\frac{3}{4}} = \log_2 2^{4\frac{3}{4}} = 4\frac{3}{4}$
6) $\sqrt[4]{4^{\log_2 7} + 6^{\log_6 32}} = \sqrt[4]{2^{2\log_2 7} + 32} = \sqrt[4]{2^{\log_2 49} + 32} = \sqrt[4]{49+32} = \sqrt[4]{81} = 3$

6.Формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.

$$log_a b = \frac{\log_k b}{\log_k a}$$

Например:

$$\log_3 25 = \frac{\log_5 25}{\log_5 3} = \frac{2}{\log_5 3}$$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Дайте определение логарифма числа в по основанию а.

2)Какие значения может принимать число в? Почему?

3)Запишите основное логарифмическое тождество.

4)Перечислите основные свойства логарифмов.

5)Зачем необходимо знать свойства логарифмов?

6)Дайте определение десятичного логарифма.

7)Дайте определение натурального логарифма.

8)Запишите формулу, которая позволяет перейти от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.

Задания для практического занятия:

1.Вычислить по определению:

Вариант	
1	$\log_5 25;\ \log_2 \frac{1}{32};\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27};\ \log_4 4;\ \log_3 \sqrt{3}$
2	$\log_7 7;\ \log_2 16;\ \log_{\frac{1}{3}} 27;\ \log_4 \frac{1}{4};\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
3	$\log_2 8;\ \log_3 \frac{1}{81};\ \log_{\frac{1}{4}} 64;\ \log_7 1;\ \log_2 \sqrt{2}$
4	$\log_4 16\ ;\ \log_3 1\ ;\log_5 \frac{1}{5};\ 4)\ \log_{\frac{1}{7}} 7;\ \log_5 \sqrt[4]{5}$
5	$\log_7 49;\ \log_3 \frac{1}{3};\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25};\ \log_{0,3} 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
6	$\log_3 3;\ \log_7 49;\ \log_{\frac{1}{3}} 81;\ \log_{14} \frac{1}{14};\ \log_5 \sqrt[6]{5}$
7	$\log_2 16\ ;\ \log_2 \frac{1}{32};\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81};\ \log_4 4\ ;\log_3 \sqrt{3}$
8	$\log_8 8;\ \log_2 32;\ \log_{\frac{1}{3}} 27;\ \log_4 \frac{1}{4};\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
9	$\log_2 8;\ \log_3 \frac{1}{9};\ \log_{\frac{1}{4}} 64;\ \log_7 1;\ \log_2 \sqrt{2}$
10	$\log_4 64;\ \log_3 1;\ \log_5 \frac{1}{5};\ \log_{\frac{1}{7}} 7;\ \log_5 \sqrt[4]{5}$
11	$\log_7 49;\ \log_3 \frac{1}{27};\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25};\ \log_{0,3} 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
12	$\log_5 5;\ \log_7 49;\ \log_{\frac{1}{3}} 81;\ \log_{14} \frac{1}{14};\ \log_5 \sqrt[6]{5}$
13	$\log_5 25;\ \log_2 \frac{1}{32};\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27};\ \log_4 4;\ \log_3 \sqrt{3}$
14	$\log_7 7;\ \log_2 8;\ \log_{\frac{1}{3}} 27;\ \log_4 \frac{1}{4};\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
15	$\log_2 64;\ \log_3 \frac{1}{81};\ \log_{\frac{1}{4}} 64;\ \log_7 1;\ \log_2 \sqrt{2}$

16	$\log_4 16;\ \log_2 1;\ \log_5 \frac{1}{5};\ \log_{\frac{1}{7}} 7;\ \log_5 \sqrt[4]{5}$
17	$\log_7 49;\ \log_3 \frac{1}{3};\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125};\ \log_{0,3} 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
18	$\log_3 3;\ \log_7 49;\ \log_{\frac{1}{3}} 81;\ \log_{14} \frac{1}{14};\ \log_5 \sqrt[6]{5}$
19	$\log_5 125;\ \log_2 \frac{1}{32};\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27};\ \log_4 4;\ \log_3 \sqrt{3}$
20	$\log_9 9;\ \log_2 16;\ \log_{\frac{1}{3}} 27;\ \log_4 \frac{1}{4};\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
21	$\log_2 8;\ \log_3 \frac{1}{81};\ \log_{\frac{1}{4}} 16;\ \log_7 1;\ \log_2 \sqrt{2}$
22	$\log_4 16;\ \log_8 1;\ \log_5 \frac{1}{5};\ \log_{\frac{1}{7}} 7;\ \log_5 \sqrt[4]{5}$
23	$\log_7 49;\ \log_3 \frac{1}{3};\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25};\ \log_{0,3} 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
24	$\log_7 49;\ \log_3 \frac{1}{3};\ \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25};\ \log_{0,3} 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
25	$\log_5 25;\ \log_2 \frac{1}{16};\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27};\ \log_4 4;\ \log_3 \sqrt{3}$
26	$\log_2 2;\ \log_4 16;\ \log_{\frac{1}{3}} 27;\ \log_4 \frac{1}{4};\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
27	$\log_5 125;\ \log_4 \frac{1}{4};\ ;\ \log_7 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27};\ \log_5 \sqrt[4]{5}$
28	$\log_{11} 121;\ \log_4 \frac{1}{16};\ ;\ \log_8 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{243};\ \log_6 \sqrt[5]{6}$
29	$\log_{10} 1;\ \log_5 \frac{1}{25};\ ;\ \log_7 343;\ \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64};\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
30	$\log_5 625;\ \log_7 \frac{1}{49};\ \log_4 1;\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9};\ \log_7 \sqrt[4]{7}$
31	$\log_4 4;\ \log_5 125;\ \log_2 \frac{1}{32};\ \log_{\frac{1}{7}} 7;\ \log_5 \sqrt[3]{5}$
32	$\log_8 1;\ \log_3 243;\ \log_4 \frac{1}{64};\ \log_{\frac{1}{5}} 25;\ \log_2 \sqrt[3]{2}$

2.Вычислить, используя основное логарифмическое тождество:

Вариант	
1	$3^{\log_3 7};\ 2^{3\cdot\log_2 3};\ 7^{1-\log_7 2}$
2	$6^{\log_6 12};\ 3^{2\cdot\log_3 2};\ 2^{1+\log_2 3}$
3	$2^{\log_2 5};\ 4^{2\cdot\log_4 3};\ 5^{1+\log_5 3}$
4	$2^{\log_2 10};\ 5^{2\cdot\log_5 1};\ 3^{2+\log_3 9}$
5	$7^{\log_7 3};\ 9^{2\cdot\log_9 2};\ 2^{2-\log_2 5}$
6	$5^{\log_5 2};\ 4^{2\cdot\log_4 5};\ 3^{1+\log_3 5}$
7	$3^{\log_3 7};\ 2^{3\cdot\log_2 3};\ 7^{1-\log_7 2}$
8	$6^{\log_6 12};\ 3^{2\cdot\log_3 2};\ 2^{1+\log_2 3}$
9	$2^{\log_2 5};\ 4^{2\cdot\log_4 3};\ 5^{1+\log_5 3}$
10	$2^{\log_2 10};\ 5^{2\cdot\log_5 1};\ 3^{2+\log_3 9}$
11	$7^{\log_7 3};\ 9^{2\cdot\log_9 2};\ 2^{2-\log_2 5}$
12	$5^{\log_5 2};\ 4^{2\cdot\log_4 5};\ 3^{1+\log_3 5}$
13	$3^{\log_3 7};\ 2^{3\cdot\log_2 3};\ 7^{1-\log_7 2}$
14	$6^{\log_6 12};\ 3^{2\cdot\log_3 2};\ 2^{1+\log_2 3}$
15	$2^{\log_2 5};\ 4^{2\cdot\log_4 3};\ 5^{1+\log_5 3}$

16	$2^{\log_2 10}$; $5^{2\cdot\log_5 1}$; $3^{2+\log_3 9}$
17	$7^{\log_7 3}$; $9^{2\cdot\log_9 2}$; $2^{2-\log_2 5}$
18	$5^{\log_5 2}$; $4^{2\cdot\log_4 5}$; $3^{1+\log_3 5}$
19	$3^{\log_3 7}$; $2^{3\cdot\log_2 3}$; $7^{1-\log_7 2}$
20	$6^{\log_6 12}$; $3^{2\cdot\log_3 2}$; $2^{1+\log_2 3}$
21	$2^{\log_2 5}$; $4^{2\cdot\log_4 3}$; $5^{1+\log_5 3}$
22	$2^{\log_2 10}$; $5^{2\cdot\log_5 1}$; $3^{2+\log_3 9}$
23	$7^{\log_7 3}$; $9^{2\cdot\log_9 2}$; $2^{2-\log_2 5}$
24	$5^{\log_5 2}$; $4^{2\cdot\log_4 5}$; $3^{1+\log_3 5}$
25	$3^{\log_3 7}$; $2^{3\cdot\log_2 3}$; $7^{1-\log_7 2}$
26	$6^{\log_6 12}$; $3^{2\cdot\log_3 2}$; $2^{1+\log_2 3}$
27	$2^{\log_2 5}$; $9^{2\cdot\log_9 2}$; $5^{1+\log_5 3}$
28	$5^{\log_5 2}$; $3^{2\cdot\log_3 4}$; $2^{3+\log_2 3}$
29	$6^{\log_6 11}$; $3^{4\cdot\log_3 2}$; $7^{1-\log_7 5}$
30	$3^{\log_3 4}$; $5^{2\cdot\log_5 6}$; $2^{2+\log_2 7}$
31	$3^{\log_3 7}$; $3^{5\cdot\log_3 2}$; $5^{2+\log_5 3}$
32	$6^{\log_6 13}$; $4^{2\cdot\log_4 5}$; $3^{4+\log_3 9}$

3.Выяснить, при каком значении x логарифм существует:

Вариант		
1	$\log_2(4x+3)$	$\log_6(x^2-49)$
2	$\log_3(2x-5)$	$\log_7(x^2+x-6)$
3	$\log_{\frac{1}{5}}(2-3x)$	$\log_5(3x^2+x-2)$
4	$\log_{0,3}(1+5x)$	$\log_2(1-x^2)$
5	$\log_{2,1}(4x-1)$	$\log_5(36-x^2)$
6	$\log_{\frac{1}{2}}(1-3x)$	$\log_7(6x^2+x-1)$
7	$\log_3(4x+1)$	$\log_5(2x^2+x-3)$
8	$\log_{0,4}(1+3x)$	$\log_3(x^2-9)$
9	$\log_{2,5}(3x-1)$	$\log_2(4-x^2)$
10	$\log_3(2x-1)$	$\log_2(6x^2+x-1)$
11	$\log_{3,1}(5x-2)$	$\log_7(3x^2+x-2)$
12	$\log_2(2x-7)$	$\log_2(3x^2+4)$
13	$\log_{0,1}(10+5x)$	$\log_3(16-x^2)$
14	$\log_{\frac{1}{5}}(1-4x)$	$\log_5(100-x^2)$
15	$\log_2(6x+3)$	$\log_3(x^2+x-6)$
16	$\log_{2,1}(7x-1)$	$\log_6(x^2-81)$
17	$\log_{0,3}(1+2x)$	$\log_4(6x^2+x-1)$
18	$\log_{\frac{1}{3}}(2-4x)$	$\log_2(2x^2+x-3)$
19	$\log_{5,1}(2x-1)$	$\log_5(25-x^2)$
20	$\log_3(3x-5)$	$\log_2(x^2+4)$
21	$\log_{2,6}(4x-8)$	$\log_4(3x^2+x-2)$
22	$\log_{0,1}(3+2x)$	$\log_3(6x^2+x-1)$

23	$\log_{3,5}(3x-1)$	$\log_2(81-x^2)$
24	$\log_5(4x+3)$	$\log_5(64-x^2)$
25	$\log_{5,1}(2x-3)$	$\log_6(x^2-144)$
26	$\log_{2,1}(6x-4)$	$\log_3(2x^2+x-3)$
27	$\log_4(2x-5)$	$\log_2(36-x^2)$
28	$\log_{0,3}(1+4x)$	$\log_5(1-x^2)$
29	$\log_2(2x+7)$	$\log_4(x^2+x-6)$
30	$\log_{\frac{1}{5}}(5-3x)$	$\log_2(x^2-25)$
31	$\log_2(6x+3)$	$\log_3(x^2+x-6)$
32	$\log_3(2x-8)$	$\log_5(3x^2+x-2)$

4. Найти значение выражения, используя свойства логарифмов и основное логарифмическое тождество:

Вариант		**Вариант**	
1	1. $\log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2} =$ 2. $\log_2 15$ - $\log_2 30 =$ 3. $\frac{\log_2 5}{\log_2 25} =$ 4. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13} =$ 5. $\log_5 25 \cdot \log_7 1 =$ 6. $\log_8 32 =$ 7. $\log_8\left(64\sqrt[4]{8}\right)=$ 8. $\sqrt[3]{9^{\log_3 10} + 49^{\log_7 5}} =$	**17**	1. $\lg 40 + \lg 25 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7 =$ 3. $\frac{\log_2 3}{\log_2 9} =$ 4. $(25)^{\log_5 3} =$ 5. $\log_3 1 \cdot \log_4 16 =$ 6. $\log_{27} 81 =$ 7. $\log_2\left(32\sqrt[3]{16}\right)=$ 8. $\sqrt[4]{625^{\log_5 2} - 13^{\log_{13} 15}} =$
2	1. $\lg 40 + \lg 25 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7 =$ 3. $\frac{\log_2 3}{\log_2 9} =$ 4. $(25)^{\log_5 3} =$ 5. $\log_3 1 \cdot \log_4 64 =$ 6. $\log_{32} 4 =$ **7.** $\log_5(125\sqrt[5]{5})$ 8. $\sqrt[5]{16^{\log_4 5} + 9^{\log_9 7}} =$	**18**	1. $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 =$ 2. $\log_3 7$ - $\log_3 \frac{7}{9} =$ 3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6} =$ 4. $(8)^{\log_2 3} =$ 5. $\log_2 4 \cdot \log_3 27 =$ 6. $\log_{25} 125 =$ 7. $\log_2(64\sqrt[4]{2}) =$ 8. $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}} =$
3	1. $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 =$ 2. $\log_3 7$ - $\log_3 \frac{7}{9} =$ 3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6} =$ 4. $(8)^{\log_2 3} =$ 5. $\log_2 4 \cdot \log_3 27 =$ 6. $\log_9 27 =$ 7. $\log_3\left(81\sqrt[5]{9}\right) =$ 8. $\sqrt{25^{\log_5 4} + 5^{\log_5 9}} =$	**19**	1. $\lg 4 + \lg 25 =$ 2. $\log_3 2$ - $\log_3 \frac{2}{9} =$ 3. $\frac{\log_2 25}{\log_2 125} =$ 4. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3} =$ 5. $\log_4 16 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} =$ 6. $\log_{81} 27 =$ 7. $\log_4\left(16\sqrt[7]{4}\right) =$ 8. $\sqrt[5]{49^{\log_7 6} - 19^{\log_{19} 4}} =$

4	1. $\lg 4+\lg 25=$ 2. $\log_3 2$ - $\log_3 \frac{2}{9}=$ 3. $\frac{\log_2 25}{\log_2 125}=$ 4. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3}=$ 5. $\log_4 16\cdot\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}=$ 6. $\log_{125} 25=$ 7. $\log_6(216\sqrt[3]{36})=$ 8. $\sqrt[4]{25^{\log_5 7}+5^{\log_5 32}}=$	**20**	1. $\log_8\frac{1}{32}+\log_8\frac{1}{2}=$ 2. $\log_2 5$ - $\log_2\frac{5}{8}=$ 3. $\frac{\log_7 4}{\log_7 8}=$ 4. $(9)^{\log_3 4}=$ 5. $\log_{\frac{1}{2}} 4\cdot\log_4 64=$ 6. $\log_{36} 6=$ 7. $\log_5(25\sqrt[4]{125})=$ 8. $\sqrt{9^{\log_3 4}+5^{\log_5 9}}=$
5	1. $\log_8\frac{1}{32}+\log_8\frac{1}{2}=$ 2. $\log_2 5$ - $\log_2\frac{5}{8}=$ 3. $\frac{\log_7 4}{\log_7 8}=$ 4. $(9)^{\log_3 4}=$ 5. $\log_{\frac{1}{2}} 4\cdot\log_6 36=$ 6. $\log_{64} 4=$ 7. $\log_{11}(121\sqrt[7]{11})=$ 8. $\sqrt[4]{36^{\log_6 4}+5^{\log_5 9}}=$	**21**	1. $\log_4 8+\log_4 2=$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7=$ 3. $\frac{\log_5 16}{\log_5 4}=$ 4. $(27)^{\log_3 2}=$ 5. $\log_3 9:\ \log_4 4=$ 6. $\log_4 128=$ 7. $\lg(1000\sqrt[4]{100})=$ 8. $\sqrt[3]{9^{\log_3 10}+49^{\log_7 5}}=$
6	1. $\log_4 8+\log_4 2=$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7=$ 3. $\frac{\log_5 16}{\log_5 4}=$ 4. $(27)^{\log_3 2}=$ 5. $\log_3 9:\ \log_4 4=$ 6. $\log_{243} 9=$ 7. $\log_3(9\sqrt[4]{27})=$ 8. $\sqrt[5]{16^{\log_4 5}+9^{\log_9 7}}=$	**22**	1. $\log_8\frac{1}{4}+\log_8\frac{1}{2}=$ 2. $\log_2 15$ - $\log_2 30=$ 3. $\frac{\log_2 5}{\log_2 25}=$ 4. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13}=$ 5. $\log_5 25\cdot\log_7 1=$ 6. $\log_{32} 256=$ 7. $\log_5(125\sqrt[3]{25})=$ 8. $\sqrt[3]{81^{\log_9 6}-7^{\log_7 9}}=$
7	1. $\log_8\frac{1}{4}+\log_8\frac{1}{2}=$ 2. $\log_2 15$ - $\log_2 30=$ 3. $\frac{\log_2 5}{\log_2 25}=$ 4. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13}=$ 5. $\log_5 25\cdot\log_7 1=$ 6. $\log_{16} 32=$ 7. $\log_7(343\sqrt[3]{49})=$ 8. $\sqrt[3]{25^{\log_5 6}-4^{\log_4 9}}=$	**23**	1. $\lg 40+\lg 25=$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7=$ 3. $\frac{\log_2 3}{\log_2 9}=$ 4. $(25)^{\log_5 3}=$ 5. $\log_3 1\cdot\log_4 4=$ 6. $\log_{243} 81=$ 7. $\log_3 27\sqrt[5]{3}=$ 8. $\sqrt[4]{4^{\log_2 5}-7^{\log_7 9}}=$
8	1. $\lg 40+\lg 25=$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7=$ 3. $\frac{\log_2 3}{\log_2 9}=$	**24**	1. $\log_{26} 2+\log_{26} 13=$ 2. $\log_3 7$ - $\log_3\frac{7}{9}=$ 3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}=$

	4. $(25)^{\log_5 3} =$ 5. $\log_3 1 \cdot \log_4 16 =$ 6. $\log_{32} 64 =$ 7. $\log_7 \frac{\sqrt[3]{7}}{49} =$ 8. $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 5^{\log_5 9}} =$		4. $(8)^{\log_2 3} =$ 5. $\log_2 4 \cdot \log_3 27 =$ 6. $\log_8 4 =$ 7. $\log_8\left(64\sqrt[4]{8}\right) =$ 8. $\sqrt[3]{9^{\log_3 10} + 49^{\log_7 5}} =$
9	1. $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 =$ 2. $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9} =$ 3. $\frac{\log_4 36}{\log_4 6} =$ 4. $(8)^{\log_2 3} =$ 5. $\log_2 4 \cdot \log_3 27 =$ 6. $\log_9 27 =$ 7. $\log_2\left(32\sqrt[3]{16}\right) =$ 8. $\sqrt[4]{625^{\log_5 2} - 13^{\log_{13} 15}} =$	**25**	1. $\lg 4 + \lg 25 =$ 2. $\log_3 2 - \log_3 \frac{2}{9} =$ 3. $\frac{\log_2 25}{\log_2 125} =$ 4. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3} =$ 5. $\log_4 16 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} =$ 6. $\log_{32} 8 =$ 7. $\log_2(64\sqrt[4]{2}) =$ 8. $\sqrt[5]{16^{\log_4 5} + 9^{\log_9 7}} =$
10	1. $\lg 4 + \lg 25 =$ 2. $\log_3 2 - \log_3 \frac{2}{9} =$ 3. $\frac{\log_2 25}{\log_2 125} =$ 4. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3} =$ 5. $\log_4 16 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} =$ 6. $\log_{128} 4 =$ 7. $\log_5(125\sqrt[5]{5}) =$ 8. $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}} =$	**26**	1. $\log_8 \frac{1}{32} + \log_8 \frac{1}{2} =$ 2. $\log_2 5 - \log_2 \frac{5}{8} =$ 3. $\frac{\log_7 4}{\log_7 8} =$ 4. $(9)^{\log_3 4} =$ 5. $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_2 32 =$ 6. $\log_{243} 27 =$ 7. $\log_3\left(81\sqrt[5]{9}\right) =$ 8. $\sqrt{25^{\log_5 4} + 5^{\log_5 9}} =$
11	1. $\log_8 \frac{1}{32} + \log_8 \frac{1}{2} =$ 2. $\log_2 5 - \log_2 \frac{5}{8} =$ 3. $\frac{\log_7 4}{\log_7 8} =$ 4. $(9)^{\log_3 4} =$ 5. $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 =$ 6. $\log_{16} 64 =$ 7. $\log_4\left(16\sqrt[7]{4}\right) =$ 8. $\sqrt[5]{49^{\log_7 6} - 19^{\log_{19} 4}} =$	**27**	1. $\log_4 \frac{1}{32} + \log_4 \frac{1}{2} =$ 2. $\log_2 5 - \log_2 \frac{5}{8} =$ 3. $\frac{\log_7 4}{\log_7 8} =$ 4. $(9)^{\log_3 5} =$ 5. $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 27 =$ 6. $\log_{625} 125 =$ 7. $\log_6(216\sqrt[3]{36}) =$ 8. $\sqrt[4]{25^{\log_5 7} + 5^{\log_5 32}} =$
12	1. $\log_4 8 + \log_4 2 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7 =$ 3. $\frac{\log_5 16}{\log_5 4} =$ 4. $(27)^{\log_3 2} =$ 5. $\log_3 9 : \log_4 4 =$ 6. $\log_{343} 49 =$ 7. $\log_5(25\sqrt[4]{125}) =$	**28**	1. $\log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2} =$ 2. $\log_2 15 - \log_2 30 =$ 3. $\frac{\log_2 5}{\log_2 25} =$ 4. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13} =$ 5. $\log_5 25 \cdot \log_7 1 =$ 6. $\log_{27} 81 =$ 7. $\log_{11}\left(121\sqrt[7]{11}\right) =$

	8. $\sqrt{9^{\log_3 4} + 5^{\log_5 9}} =$		8. $\sqrt[4]{36^{\log_6 4} + 5^{\log_5 9}} =$
13	1. $\log_8 \frac{1}{4} + \log_8 \frac{1}{2} =$ 2. $\log_2 15$ - $\log_2 30 =$ 3. $\frac{\log_2 5}{\log_2 25} =$ 4. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 13} =$ 5. $\log_5 25 \cdot \log_7 1 =$ 6. $\log_{\frac{1}{8}} 4 =$ 7. $\lg\left(1000\sqrt[4]{100}\right) =$ 8. $\sqrt[3]{9^{\log_3 10} + 49^{\log_7 5}} =$	**29**	1. $\lg 40 + \lg 25 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7 =$ 3. $\frac{\log_2 3}{\log_2 9} =$ 4. $(25)^{\log_5 3} =$ 5. $\log_3 3 \cdot \log_4 16 =$ 6. $\log_4 \frac{1}{2} =$ 7. $\log_3 (9\sqrt[4]{27}) =$ 8. $\sqrt[5]{16^{\log_4 5} + 9^{\log_9 7}} =$
14	1. $\lg 40 + \lg 25 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 28$ - $\log_{\frac{1}{2}} 7 =$ 3. $\frac{\log_5 36}{\log_5 6} =$ 4. $(16)^{\log_2 3} =$ 5. $\log_2 8 \cdot \log_3 27 =$ 6. $\log_{16} 2 =$ 7. $\log_5(125\sqrt[3]{25}) =$ 8. $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 7^{\log_7 9}} =$	**30**	1. $\log_8 \frac{1}{2} + \log_8 \frac{1}{4} =$ 2. $\log_2 5$ - $\log_2 \frac{5}{8} =$ 3. $\frac{\log_7 16}{\log_7 8} =$ 4. $(27)^{\log_3 4} =$ 5. $\log_5 125 \cdot \log_2 1 =$ 6. $\log_{27} 3 =$ 7. $\log_7\left(343\sqrt[3]{49}\right) =$ 8. $\sqrt[3]{25^{\log_5 6} - 4^{\log_4 9}} =$
15	1. $\log_8 \frac{1}{2} + \log_8 \frac{1}{32} =$ 2. $\log_3 2$ - $\log_3 \frac{2}{9} =$ 3. $\frac{\log_4 6}{\log_4 36} =$ 4. $(27)^{\log_3 4} =$ 5. $\log_3 9 : \log_4 16 =$ 6. $\log_{125} 625 =$ 7. $\log_3 27\sqrt[5]{3} =$ 8. $\sqrt[4]{4^{\log_2 5} - 7^{\log_7 9}} =$	**31**	1. $\lg 5 + \lg 20 =$ 2. $\log_{\frac{1}{2}} 40$ - $\log_{\frac{1}{2}} 5 =$ 3. $\frac{\log_2 125}{\log_2 25} =$ 4. $(8)^{\log_2 7} =$ 5. $\log_{\frac{1}{2}} 8 \cdot \log_3 81 =$ 6. $\log_{\frac{1}{27}} 81 =$ 7. $\log_7 \frac{\sqrt[3]{7}}{49} =$ 8. $\sqrt[3]{81^{\log_9 6} - 5^{\log_5 9}} =$
16	1. $\log_{26} 2 + \log_{26} 13 =$ 2. $\log_2 5$ - $\log_2 \frac{5}{8} =$ 3. $\frac{\log_9 4}{\log_9 8} =$ 4. $(8)^{\log_2 7} =$ 5. $\log_3 1 \cdot \log_4 64 =$ 6. $\log_{625} 5 =$ 7. $\log_2\left(64\sqrt[4]{2}\right) =$ 8. $\sqrt[3]{4^{\log_2 10} + 9^{\log_3 5}} =$	**32**	1. $\log_8 \frac{1}{16} + \log_8 \frac{1}{4} =$ 2. $\log_2 15$ - $\log_2 30 =$ 3. $\frac{\log_3 4}{\log_3 8} =$ 4. $(27)^{\log_3 5} =$ 5. $\log_3 81 : \log_5 5 =$ 6. $\log_9 27 =$ 7. $\log_2\left(8\sqrt[3]{16}\right) =$ 8. $\sqrt[4]{81^{\log_3 2} - 2^{\log_2 15}} =$

Критерии:
№1 – 5 баллов

№2 – 3 балла
№3 – 6 баллов (по 3 балла за каждый логарифм: правильно решено неравенство – 1б; правильно выполнена графическая интерпретация решения – 1б; правильно записан ответ – 1б)
№4 – 5баллов (За каждое верно выполненное задание – 1 балл)
Итого:
18 - 19 баллов – «5»
15 -17 баллов – «4»
11 - 14 баллов – «3»

Практическая работа № 4

Тема: Решение простейших показательных и логарифмических уравнений и неравенств

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

По определению $a^c = b$. Показательное уравнение – это уравнение, содержащее неизвестное в показателе степени, т.е. показатель представлен в виде выражения, содержащего x. Такое уравнение будет иметь вид: $a^{g(x)} = b$ –простейшее показательное уравнение.

Т.к. мы можем сравнивать степени с одинаковыми основаниями, то число b надо представить в виде a^c. Зная о том, что у равных степеней с одинаковыми основаниями, показатели равны, можно сделать вывод, $g(x) = c$. Решая это уравнение, найдем x. Т.к. показатель может быть любым числом, то область допустимых значений такого уравнения – все действительные числа.

Коротко все выше сказанное можно представить в виде схемы:

$a^{g(x)} = b$

$a^{g(x)} = a^c$

$g(x) = c$

Например:

$2^{x+1} = 8$

$2^{x+1} = 2^3$

$x + 1 = 3$

$x = 2$

Принцип решения показательного неравенства аналогичен, единственное, необходимо учесть монотонность соответствующей показательной функции.

$a^{gx)} > b$

$a^{g(x)} > a^c$

а)ести a > 1, то функция будет возрастающей, знак не поменяется

$g(x) > c$

б)если a < 1, то функция будет убывающей, знак меняется

$f(x) < c$

Например:

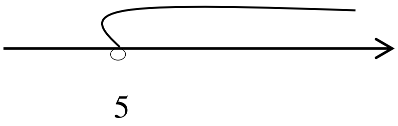
$0{,}3^{x-3} < 0{,}09$

$0{,}3^{x-3} < 0{,}3^{2}$

$a = 0{,}3 < 1$, функция убывает, знак меняется

$x - 3 > 2$

$x > 5$



Ответ: $x \in (5; +\infty)$

Принцип решения логарифмических уравнений и неравенств схож с решением показательных уравнений и неравенств, но необходимо учитывать область допустимых значений: т.к. мы рассматриваем только положительные основания, то выражение стоящее под знаком логарифма должно быть положительным.

$\log_a g(x) = c$ ОДЗ: $g(x) > 0$

$\log_a g(x) = \log_a a^c$

$g(x) = a^c$

$g(x) = b$

Например: $\log_2(x+2) = 3$ ОДЗ: $x + 2 > 0$

$\log_2(x+2) = \log_2 2^3$ $x > -2$

$x + 2 = 2^3$

$x + 2 = 8$

$x = 6 \in$ ОДЗ

Ответ: $x = 6$

Решить неравенство: $\log_2(x+2) < 3$

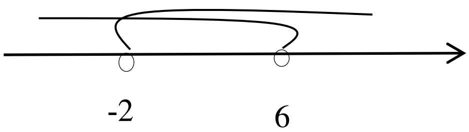
$\log_2(x+2) < \log_2 2^3$

$a = 2 > 1$,функция возрастает, знак не меняется

$$\begin{cases} x + 2 < 2^3 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2 < 8 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 6 \\ x > -2 \end{cases}$$



Ответ: $x \in (-2; 6)$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Какое уравнение называется показательным?

2)Особенности решения показательных уравнений?

3)Какое неравенство называется показательным?

4)Особенности решения показательного неравенства?

5)Какое уравнение называется логарифмическим?

6)Особенности решения логарифмического уравнения?
7)Какое неравенство называется логарифмическим?
8)Особенности решения логарифмического неравенства?

Задания для практического занятия:

Вариант	**Решить уравнение:**	**Решить неравенство:**
1	1) $3^{5-x} = \frac{1}{81}$ 2) $0{,}2^{2x+3} = 5^{x-1}$ 3) $\log_7(x-3) = 0$ 4) $\log_5 2x = \log_5(1+x)$	1) $0{,}2^x \leq 0{,}04$ 2) $3^{x+5} > \frac{1}{27}$ 3) $\log_3 4x > 1$ 4) $\log_{\frac{2}{5}}(1+x) < \log_{\frac{2}{5}}(3-x)$
2	1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x} = 32$ 2) $25^{2x-1} = 125$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+5) = -1$ 4) $\log_4 x = \log_4(2+3x)$	1) $4^{x+5} > \frac{1}{64}$ 2) $0{,}3^{x+1} \leq 0{,}09$ 3) $\log_6(x-2) > 1$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(2+x) < \log_{\frac{2}{3}}(1-x)$
3	1) $3^{2-x} = \frac{1}{27}$ 2) $0{,}2^{2x+4} = 5^{x-2}$ 3) $\log_3(2x-1) = 2$ 4) $\log_5(2x+1) = \log_5(4+x)$	1) $0{,}2^{x+3} \leq 0{,}008$ 2) $5^{x+5} > \frac{1}{25}$ 3) $\log_3(4+x) > 0$ 4) $\log_{\frac{4}{5}}(1+2x) < \log_{\frac{4}{5}}(4-x)$
4	1) $\left(\frac{1}{8}\right)^{3x} = 4$ 2) $3^{x+5} = \frac{1}{27}$ 3) $\log_5 2x = 1$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(3+x) = \log_{\frac{2}{3}}(2-x)$	1) $3^{4-x} \leq \frac{1}{81}$ 2) $0{,}2^{x+3} > 5^{x-1}$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) \geq -1$ 4) $\log_3(2x+3) > \log_3(1+x)$
5	1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+4} = 125$ 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2+x} = 343^{x-2}$ 3) $\log_2(x-3) = 3$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(1-3x) = \log_{\frac{2}{3}}(3+x)$	1) $(0{,}3)^{2x+2} > (0{,}027)^{x-1}$ 2) $4^{x+3} > \frac{1}{16}$ 3) $\log_9(2x+5) > 0$ 4) $\log_{0,2}(5x-1) \leq \log_{0,2}(4x+3)$
6	1) $\left(\frac{2}{25}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{625}\right)^{3-x}$ 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} = 16$ 3) $\log_{12}(5x-1) = 1$ 4) $\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) = \log_{\frac{1}{3}}(2-3x)$	1) $2^{x+5} > \frac{1}{32}$ 2) $\left(\frac{16}{81}\right)^{2-2x} \leq \frac{8}{27}$ 3) $\log_{\frac{2}{5}}(x-7) > 0$ 4) $\log_3(9+5x) \geq \log_3(4x+5)$
7	1) $\left(\frac{7}{5}\right)^{4x-1} = \frac{25}{49}$ 2) $3^{x+4} = \frac{1}{9}$ 3) $\log_{\frac{1}{5}}(3x+1) = -2$ 4) $\log_4(4-2x) = \log_4(x+5)$	1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} \leq \frac{4}{9}$ 2) $\left(\frac{19}{17}\right)^{3x-2} \leq 1$ 3) $\log_7(3x-2) > 1$ 4) $\log_{0,3}(5+9x) < \log_{0,3}(x-3)$

8	1) $4^{2x-3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}$ 2) $(0,1)^{1-3x} = 10^{2x+2}$ 3) $\log_3(2+9x) = 3$ 4) $\log_{\sqrt{3}}(4+2x) = \log_{\sqrt{3}}(1-x$	1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x+5} \le \frac{1}{2}$ 2) $(0,2)^{5+2x} \le 0{,}0016$ 3) $\log_{\frac{1}{5}}(2x+1) > -2$ 4) $\log_{0,4}(1-3x) < \log_{0,4}(x-3)$
9	1) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2+x} = 343^{x-2}$ 2) $(0,09)^{2x+1} = (0,027)^{x-1}$ 3) $\log_4(2x+3) = 2$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(1-2x) = \log_{\frac{2}{3}}(2+x)$	1) $\left(\frac{2}{25}\right)^{2x-2} \ge \left(\frac{4}{625}\right)^{3-x}$ 2) $\left(\frac{7}{5}\right)^{4x-1} > \frac{25}{49}$ 3) $\log_{24}(9-5x) < 1$ 4) $\log_{\frac{2}{5}}(3x-1) \le \log_{\frac{2}{5}}(2x+4)$
10	1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+2} = \frac{4}{9}$ 2) $\left(\frac{19}{17}\right)^{5x-2} = 1$ 3) $\log_2(2-2x) = 3$ 4) $\log_3(5+9x) = \log_3(x-3)$	1) $(0,1)^{1-3x} \ge 10^{2x+1}$ 2) $4^{2x-3} > \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}$ 3) $\log_7(3x-2) < 1$ 4) $\log_{\frac{1}{5}}(4x+2) \le \log_{\frac{1}{5}}(3x-5)$
11	1) $3^{1-x} = \frac{1}{81}$ 2) $0{,}2^{2x+3} = 5^{x-2}$ 3) $\log_7(2x-3) = 0$ 4) $\log_5 3x = \log_5(2+x)$	1) $0{,}2^{x-3} \le 0{,}04$ 2) $3^{x+6} > \frac{1}{27}$ 3) $\log_3 4x > 3$ 4) $\log_{\frac{2}{5}}(2+x) < \log_{\frac{2}{5}}(4-x)$
12	1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3-x} = 32$ 2) $25^{2x+1} = 125$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-5) = -1$ 4) $\log_4 x = \log_4(2-3x)$	1) $4^{x+3} > \frac{1}{64}$ 2) $0{,}3^{x+2} \le 0{,}09$ 3) $\log_6(x+2) > 1$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(2+3x) < \log_{\frac{2}{3}}(1-x)$
13	1) $3^{5-x} = \frac{1}{27}$ 2) $0{,}2^{x+4} = 5^{x-3}$ 3) $\log_3(2x-1) = 3$ 4) $\log_5(4x+1) = \log_5(4+x)$	1) $0{,}2^{x+6} \le 0{,}008$ 2) $5^{x+1} > \frac{1}{25}$ 3) $\log_3(4+x) > 1$ 4) $\log_{\frac{4}{5}}(1+2x) < \log_{\frac{4}{5}}(5-x)$
14	1) $\left(\frac{1}{8}\right)^{3+x} = 16$ 3) $3^{x+4} = \frac{1}{27}$ 4) $\log_5 5x = 1$ 5) $\log_{\frac{2}{3}}(1+x) = \log_{\frac{2}{3}}(3-x)$	1) $3^{4-x} \le \frac{1}{81}$ 2) $0{,}2^{x-3} > 5^{x-2}$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \ge -2$ 4) $\log_3(2x+4) > \log_3(5+x)$
15	1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+4} = 125$ 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3+x} = 343^{x-2}$ 3) $\log_2(2x-3) = 3$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(4-3x) = \log_{\frac{2}{3}}(3+2x)$	1) $(0,3)^{2x+1} > (0,027)^{x-1}$ 2) $4^{x+5} > \frac{1}{16}$ 3) $\log_9(2x+7) > 0$ 4) $\log_{0,2}(4x-1) \le \log_{0,2}(x+3)$
16	1) $\left(\frac{2}{25}\right)^{2x-3} = \left(\frac{4}{625}\right)^{3-x}$	1) $2^{x+5} > \frac{1}{64}$

	2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} = 16$ 3) $\log_{12}(5x-1) = 0$ 4) $\log_{\frac{1}{3}}(1+2x) = \log_{\frac{1}{3}}(2-3x)$	2) $\left(\frac{16}{81}\right)^{3-2x} \le \frac{8}{27}$ 3) $\log_{\frac{2}{5}}(2x-7) > 0$ 4) $\log_3(9+x) \ge \log_3(4x+1)$
17	1) $\left(\frac{7}{5}\right)^{2x-1} = \frac{25}{49}$ 2) $3^{x+4} = \frac{1}{9}$ 3) $\log_{\frac{1}{5}}(4x+1) = -2$ 4) $\log_4(1-2x) = \log_4(x+3)$	1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+3} \le \frac{4}{9}$ 2) $\left(\frac{19}{17}\right)^{3x-1} \le 1$ 3) $\log_7(4x-2) > 1$ 4) $\log_{0,3}(1+9x) < \log_{0,3}(2x-3)$
18	1) $4^{x-3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}$ 2) $(0,1)^{1-3x} = 10^{2x+1}$ 3) $\log_3(2+6x) = 3$ 4) $\log_{\sqrt{3}}(1+2x) = \log_{\sqrt{3}}(2-x)$	1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x+5} \le \frac{1}{2}$ 2) $(0,2)^{1+2x} \le 0,0016$ 3) $\log_{\frac{1}{5}}(2x+4) > -2$ 4) $\log_{0,4}(1-2x) < \log_{0,4}(x-3)$
19	1) $\left(\frac{1}{7}\right)^{4+x} = 343^{x-2}$ 2) $(0,09)^{2x+1} = (0,027)^{x-3}$ 3) $\log_4(2x+1) = 2$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(3-2x) = \log_{\frac{2}{3}}(5+x)$	1) $\left(\frac{2}{25}\right)^{x-2} \ge \left(\frac{4}{625}\right)^{3-x}$ 2) $\left(\frac{7}{5}\right)^{4x-3} > \frac{25}{49}$ 3) $\log_{24}(9-5x) < 0$ 4) $\log_{\frac{2}{5}}(3x-5) \le \log_{\frac{2}{5}}(2x+4)$
20	1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+2} = \frac{8}{27}$ 2) $\left(\frac{19}{17}\right)^{3x-1} = 1$ 3) $\log_2(5-2x) = 4$ 4) $\log_3(1+9x) = \log_3(2x-3)$	1) $(0,1)^{1-2x} \ge 10^{x+1}$ 2) $4^{2x-1} > \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}$ 3) $\log_7(5x-2) < 1$ 4) $\log_{\frac{1}{5}}(x+2) \le \log_{\frac{1}{5}}(3x-5)$
21	1) $3^{1-2x} = \frac{1}{81}$ 2) $0,2^{2x+1} = 5^{x-2}$ 3) $\log_4(2x-1) = 0$ 4) $\log_5 x = \log_5(2+3x)$	1) $0,2^{x-4} \le 0,04$ 2) $3^{x+2} > \frac{1}{27}$ 3) $\log_3 6x > 2$ 4) $\log_{\frac{2}{5}}(4+x) < \log_{\frac{2}{5}}(1-x)$
22	1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3-x} = 32$ 2) $25^{2x+3} = 125$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-6) = -1$ 4) $\log_4 x = \log_4(1-3x)$	1) $4^{x+5} > \frac{1}{64}$ 2) $0,3^{x+6} \le 0,09$ 3) $\log_6(x+2) > 3$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(5+3x) < \log_{\frac{2}{3}}(2-x)$
23	1) $3^{5-x} = \frac{1}{9}$ 2) $0,2^{x+4} = 5^{x-1}$ 3) $\log_3(5x-1) = 3$ 4) $\log_5(x+1) = \log_5(4+2x)$	1) $0,2^{x+1} \le 0,008$ 2) $5^{x+2} > \frac{1}{25}$ 3) $\log_3(3+x) > 1$ 4) $\log_{\frac{4}{5}}(1+2x) < \log_{\frac{4}{5}}(4-x)$
24	1) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2+x} = 16$ 3) $3^{x+2} = \frac{1}{27}$ 3) $\log_5 5x = 2$	1) $3^{5+x} \le \frac{1}{81}$ 2) $0,2^{x-4} > 5^{x-2}$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) \ge -2$

	4) $\log_{\frac{2}{3}}(3+x)=\log_{\frac{2}{3}}(4-x)$	4) $\log_3(2x+1)>\log_3(5+x)$
25	1) $\left(\frac{1}{8}\right)^{3+2x}=16$ 2) $3^{x+1}=\frac{1}{27}$ 3) $\log_5 x=3$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(1+2x)=\log_{\frac{2}{3}}(3-x)$	1) $3^{1-x}\le\frac{1}{81}$ 2) $0{,}2^{x-4}>5^{x-2}$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)\ge-2$ 4) $\log_3(x+4)>\log_3(5+4x)$
26	1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+4}=25$ 2) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1+x}=343^{x-2}$ 3) $\log_2(2x-3)=2$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(2-3x)=\log_{\frac{2}{3}}(1+2x)$	1) $(0{,}3)^{3x+1}>(0{,}027)^{x-1}$ 2) $4^{x+5}>\frac{1}{8}$ 4) $\log_9(2x+7)>1$ 5) $\log_{0,2}(4x-1)>\log_{0,2}(x+3)$
27	1) $\left(\frac{2}{25}\right)^{2x-3}=\left(\frac{4}{625}\right)^{3-x}$ 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5}=16$ 3) $\log_{12}(5x-1)=0$ 4) $\log_{\frac{1}{3}}(1+2x)=\log_{\frac{1}{3}}(2-3x)$	1) $2^{x+5}>\frac{1}{64}$ 2) $\left(\frac{16}{81}\right)^{3-2x}\le\frac{8}{27}$ 3) $\log_{\frac{2}{5}}(2x-7)>0$ 4) $\log_3(9+x)\ge\log_3(4x+1)$
28	1) $\left(\frac{7}{5}\right)^{2x-1}=\frac{25}{49}$ 2) $3^{x+4}=\frac{1}{9}$ 3) $\log_{\frac{1}{5}}(4x+1)=-2$ 4) $\log_4(1-2x)=\log_4(x+3)$	1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+3}\le\frac{4}{9}$ 2) $\left(\frac{19}{17}\right)^{3x-1}\le1$ 3) $\log_7(4x-2)>1$ 4) $\log_{0,3}(1+9x)<\log_{0,3}(2x-3)$
29	1) $4^{x-3}=\left(\frac{1}{8}\right)^{x+2}$ 2) $(0{,}1)^{1-3x}=10^{2x+1}$ 3) $\log_3(2+6x)=3$ 4) $\log_{\sqrt{3}}(1+2x)=\log_{\sqrt{3}}(2-x)$	1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x+5}\le\frac{1}{2}$ 2) $(0{,}2)^{1+2x}\le0{,}0016$ 3) $\log_{\frac{1}{5}}(2x+4)>-2$ 4) $\log_{0,4}(1-2x)<\log_{0,4}(x-3)$
30	1) $\left(\frac{1}{7}\right)^{4+x}=343^{x-1}$ 2) $(0{,}09)^{2x+1}=(0{,}027)^{x-3}$ 3) $\log_4(2x+1)=2$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(3+2x)=\log_{\frac{2}{3}}(5+x)$	1) $\left(\frac{2}{25}\right)^{x-2}\ge\left(\frac{4}{625}\right)^{3-x}$ 2) $\left(\frac{7}{5}\right)^{4x-3}>\frac{25}{49}$ 3) $\log_{24}(9-5x)<0$ 4) $\log_{\frac{2}{5}}(3x-5)\le\log_{\frac{2}{5}}(2x+4)$
31	1) $3^{4-x}=\frac{1}{81}$ 2) $0{,}2^{x+4}=5^{x+3}$ 3) $\log_2(x-2)=3$ 4) $\log_4(4-x)=\log_4(x+3)$	1) $4^{x+3}>\frac{1}{64}$ 2) $5^{x+1}>\frac{1}{25}$ 3) $\log_{\frac{2}{5}}(x-6)>0$ 4) $\log_{0,4}(1-4x)<\log_{0,4}(x+3)$
32	1) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1+x}=343^{x-3}$ 2) $\left(\frac{18}{13}\right)^{x-2}=1$	1) $(0{,}1)^{1-2x}\ge10^{x+1}$ 2) $3^{x+4}>\frac{1}{27}$ 3) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\ge-3$

	3) $\log_2(2x-3)=2$ 4) $\log_{\frac{2}{3}}(6-3x)=\log_{\frac{2}{3}}(3+x)$	4) $\log_{\frac{4}{5}}(1+x)<\log_{\frac{4}{5}}(2-x)$

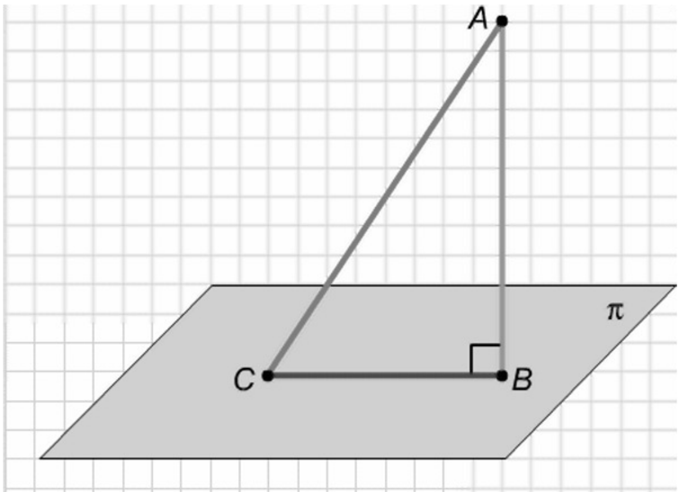
Критерии:
1)1,2 – по 3 балла (переход к одному основанию, решение линейного уравнения, ответ)
1)3,4 – по 4 балла (переход к одному логарифму, решение линейного уравнения, проверка, ответ)
2)1-4 – по 5 баллов (переход к одному основанию, монотонность, решение линейного неравенства, чертеж, ответ)
Итого:
32 - 34балла – «5»
26 – 33 – «4»
17 – 25 – «3»

Практическая работа № 5

Тема: Решение задач на нахождение расстояния от точки до плоскости, длины наклонной и ее проекции, угла между наклонной и ее проекцией.

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания и этапы работы над задачей

Краткие теоретические сведения:
1.Пусть дана плоскость и не принадлежащая ей точка A.



Перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную плоскость, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости.

Конец перпендикуляра, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра.**

Длина перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость, называется **расстоянием от точки до плоскости.**

Наклонной, проведенной из данной точки к плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную т очку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром.

Конец наклонной, лежащий в плоскости, называется **основанием наклонной.**

Отрезок, соединяющий основание перпендикуляра с основанием наклонной, называется **проекцией наклонной на плоскость.**

2.Угол между прямой и плоскостью

АС пересекает плоскость под каким-то произвольным углом. Тогда угол, образованный этой прямой с плоскостью – это угол АСВ, то есть это угол между наклонной и ее проекцией на плоскость.

Видим, что перпендикуляр к плоскости, наклонная и ее проекция на эту плоскость образуют вместе прямоугольный треугольник. Следовательно, что бы можно было решать задачи на нахождение перпендикуляр, наклонной, проекции наклонной, угла между прямой и плоскостью, надо уметь решать прямоугольные треугольники.

Надо знать:

1.Теорему Пифагора

2.Свойства острых углов прямоугольного треугольника

3.Свойства катета, лежащего против угла в 30º

4.Связь между сторонами и углами прямоугольного треугольника и т.д.

$\sin\angle = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

$\cos\angle = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

$\text{tg}\,\angle = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$

	30º	45º	60º
sin∠	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos ∠	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg ∠	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

3.Работа над геометрической задачей

Первый этап решения задачи – работа над условием.

Второй этап: Краткая запись условия задачи.

Параллельно со вторым этапом проходит *третий этап* – построение чертежа. Чертежи принято выполнять карандашом, а не чернилами.
Четвертый этап – решение задачи.
Пятый этап – запись ответа.

Решить задачу: Из точки C на плоскость проведена наклонная, длина которой 10 см. Расстояние от точки C до плоскости 8 см. Найти угол между наклонной и ее проекцией на эту плоскость и длину проекции наклонной.

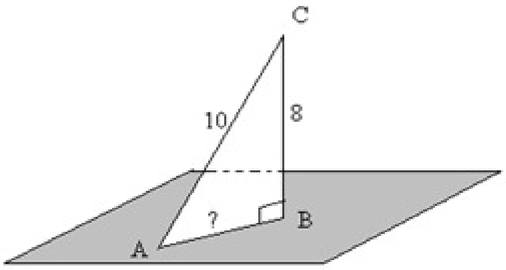


рис 2

Дано:
Плоскость α,
(.)C $\notin \alpha$,
CA = 10см – наклонная,
CB $\perp \alpha$,
CB = 8 см
AB – проекция CA на α
Найти: AB, $\angle$ CAB

Решение:

1.Рассмотрим ΔABC – прямоугольный, т.к. BC $\perp$ α, AB – проекция CA на α - по условию, следовательно $\angle$ ABC = 90°
$AC^2 = AB^2 + CB^2$ – по т. Пифагора, следовательно:
$AB = \sqrt{AC^2 - CB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$ см.
2. $\sin \angle CAB = \frac{CB}{AC} = \frac{8}{10} = 0{,}8$
$\angle$ CAB = arcsin 0,8 (угол, найденный по значению синуса, называется арксинус числа 0,8)
Ответ: AB = 6 см., $\angle$ CAB = arcsin 0,8
Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:
1)Что называется перпендикуляром, опущенным из данной точки на данную плоскость?
2) Что называется основанием перпендикуляра?
3) Что называется основанием расстоянием от точки до плоскости?
4) Что называется наклонной, проведенной из данной точки к плоскости?
5) Что называется основанием проекцией наклонной на плоскость?
6) Что называется углом между прямой и плоскостью?

Задания для практического занятия:
Решить задачу:

Вариант	**Задача**
1	Из точки A на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 45°. Длина наклонной равна 6см. Чему равна длина перпендикуляра?
2	Из точки B на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 60°. Длина перпендикуляра равна 3см. Чему равна длина наклонной?

3	Из точки С на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина наклонной равна 6 метров. Найдите длину проекции наклонной.
4	Из точки D на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина проекции равна 2 метра. Найдите длину наклонной.
5	Из точки Е на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 45°. Длина наклонной равна 8см. Чему равна длина проекции наклонной?
6	Из точки F на плоскость проведена наклонная, которая составляет с высотой угол в 60°. Длина наклонной равна 10 метров. Найдите длину высоты.
7	Из точки К на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 30°. Длина наклонной равна 6см. Чему равна длина перпендикуляра?
8	Из точки М на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 45°. Длина перпендикуляра равна 3см. Чему равна длина наклонной?
9	Из точки N на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина наклонной равна 8 метров. Найдите длину проекции наклонной.
10	Из точки А на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 30°. Длина проекции равна 2 метра. Найдите длину наклонной.
11	Из точки В на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 60°. Длина наклонной равна 8см. Чему равна длина проекции наклонной?
12	Из точки С на плоскость проведена наклонная, которая составляет с высотой угол в 60°. Длина наклонной равна 4 метра. Найдите длину высоты.
13	Из точки D на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 45°. Длина наклонной равна 4см. Чему равна длина перпендикуляра?
14	Из точки Е на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 60°. Длина перпендикуляра равна 5см. Чему равна длина наклонной?
15	Из точки F на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина наклонной равна 10 метров. Найдите длину проекции наклонной.

16	Из точки K на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина проекции равна 1 метр. Найдите длину наклонной.
17	Из точки M на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 45°. Длина наклонной равна 6см. Чему равна длина проекции наклонной?
18	Из точки N на плоскость проведена наклонная, которая составляет с высотой угол в 60°. Длина наклонной равна 4 метра. Найдите длину высоты.
19	Из точки P на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 60°. Длина наклонной равна 6см. Чему равна длина перпендикуляра?
20	Из точки A на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 30°. Длина перпендикуляра равна 3см. Чему равна длина наклонной?
21	Из точки B на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 45°. Длина наклонной равна 8 метров. Найдите длину проекции наклонной.
22	Из точки C на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина проекции равна 2 метра. Найдите длину наклонной.
23	Из точки D на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 30°. Длина наклонной равна 8см. Чему равна длина проекции наклонной?
24	Из точки E на плоскость проведена наклонная, которая составляет с высотой угол в 45°. Длина наклонной равна 4 метра. Найдите длину высоты.
25	Из точки F на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 30°. Длина наклонной равна 12см. Чему равна длина перпендикуляра?
26	Из точки K на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 45°. Длина перпендикуляра равна 7см. Чему равна длина наклонной?
27	Из точки L на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина наклонной равна 6 метров. Найдите длину проекции наклонной.
28	Из точки M на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 30°. Длина проекции равна 3 метра. Найдите длину наклонной.

29	Из точки N на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 60°. Длина наклонной равна 4см. Чему равна длина проекции наклонной?
30	Из точки P на плоскость проведена наклонная, которая составляет с высотой угол в 45°. Длина наклонной равна 2 метра. Найдите длину высоты.
31	Из точки B на плоскость проведена высота, которая составляет с наклонной, проведенной из этой же точки к плоскости, угол в 60°. Длина перпендикуляра равна 10см. Чему равна длина наклонной?
32	Из точки C на плоскость проведена наклонная, которая составляет с проекцией угол в 60°. Длина наклонной равна 5 метров. Найдите длину проекции наклонной.

Критерии:
Задача – 6 баллов:
1.Верно выполнен чертеж – 1 балл;
2.Верно записано краткое условие задачи – 1 балл;
3.Представлены все необходимые формулы – 1 балл;
4.Каждый этап решения логически обоснован – 1 балл;
5.Верно выполнены вычисления – 1 балл;
6. Верно записан ответ – 1 балл.

Итого:
6баллов – «5»
5баллов – «4»
4балла – «3»

Практическая работа № 6

Тема: Решение задач на действия над векторами в геометрической форме

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1. Вектором называется любой направленный отрезок.

Вектор, длина которого равна нулю, называется *нулевым вектором.* Векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых, называются *коллинеарными. Сонаправленные* векторы – это коллинеарные векторы, направленные в одну сторону. Коллинеарные векторы, направленные в противоположные стороны – *противоположно направленные векторы. Равными* называются вектора длина и направление которых совпадают. *Противоположные* векторы – это противоположно направленные векторы равной длины.

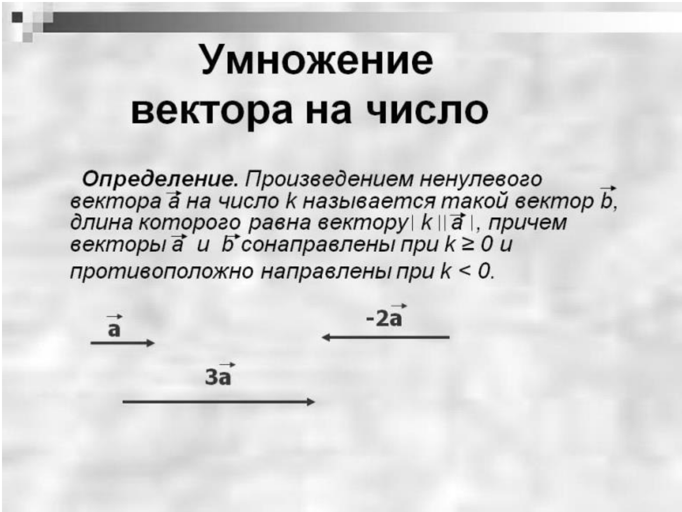
2.Действие над векторами в геометрической форме.

Суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{в}$ называется такой вектор $\vec{c}$, начало которого совпадает с началом вектора $\vec{a}$, а конец - с концом вектора $\vec{в}$, при условии, что начало вектора $\vec{в}$ перенесено в конец вектора $\vec{a}$.

Правило ломанной: последовательно соединяем вектора. Вектор суммы – это вектор идущий из начала движения в конец движения.

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{в}$ называют сумму векторов $\vec{a}$ и - $\vec{в}$, т.е $\vec{a}$ - $\vec{в}$ = $\vec{a}$ + (-$\vec{в}$).

Произведение вектора $\vec{a}$ на вещественное число к называется вектор $\overrightarrow{ka}$, длина которого равна к$|\vec{a}|$, и коллинеарен вектору $\vec{a}$.



2. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

Напомним, что вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

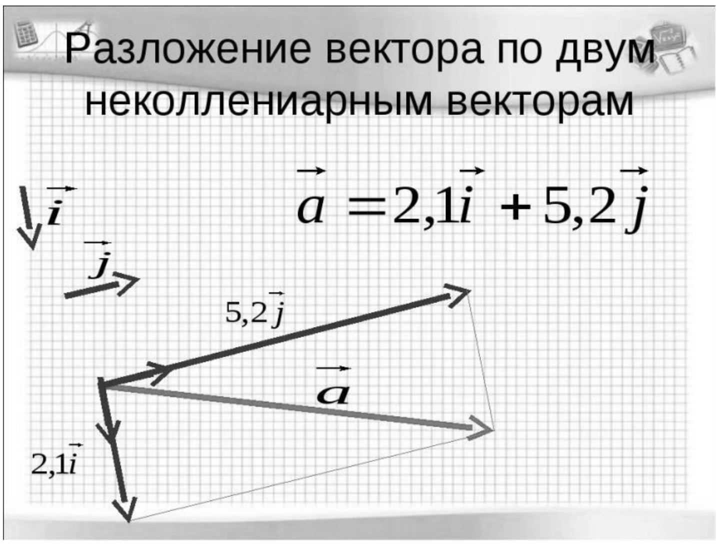
Любой вектор $\vec{m}$ на плоскости может быть представлен единственным способом в виде линейной комбинации двух неколлинеарных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е. $\vec{m}$ = x · $\vec{a}$ + y · $\vec{b}$, где x и y – некоторые числа

Например:

Даны два неколлинеарных вектора $\vec{i}$ и $\vec{j}$. Найти $\vec{a} = 2{,}1\vec{i} + 5{,}2\vec{j}$

Согласно правилу умножения вектора на число, вектор $2{,}1\vec{i}$ будет коллинеарен вектору $\vec{i}$, сонаправлен с ним и длина его будет в 2,1 раза больше длины вектора $\vec{i}$. То же самое можно сказать про вектор $5{,}2\vec{j}$

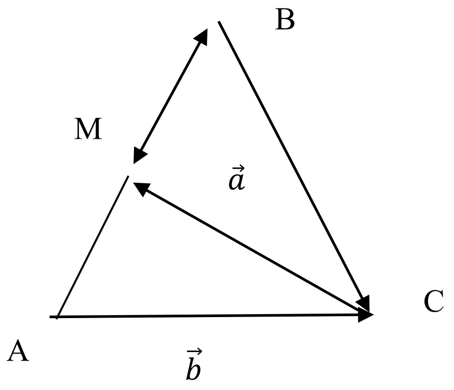
Нам нужно построить вектор $\vec{a}$ – это вектор суммы. Найдем этот вектор по правилу параллелеграмма.



Задача:

Дан треугольник ABC, точка М – середина стороны АВ, $\overline{CM}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BM}$.

Дано:



Δ ABC
AM = MB
$\overline{CM} = \bar{\text{а}}$,
$\overline{AC} = \bar{\text{в}}$
Разложить:
по векторам $\bar{\text{а}}$ и $\bar{\text{в}}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BM}$.

Решение:

1)По правилу треугольника $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{a}$

$$\left.\begin{array}{c} \overrightarrow{AM} \text{и } \overrightarrow{AB} - \text{сонапрвленные} \\ \left|\overrightarrow{AB}\right| = 2 \cdot \left|\overrightarrow{AM}\right|, \text{ т.к. точка М} - \text{середина отрезка АВ по условию} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\overrightarrow{AB} = 2 \cdot \overrightarrow{AM} = 2 \cdot (\vec{b} + \vec{a}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$

$$2)\left.\begin{array}{c} \overrightarrow{BM} \text{ и } \overrightarrow{AM} - \text{ противоположно направленные} \\ \left|\overrightarrow{BM}\right| = \left|\overrightarrow{AM}\right|, \text{ т.к. точка М} - \text{середина отрезка АВ по условию} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\overrightarrow{BM} = - \overrightarrow{AM} = - (\vec{b} + \vec{a}) = - \vec{a} - \vec{b}$

3)По правилу треугольника $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{AB}$ – это два противоположных вектора, => $\overrightarrow{BA} = - \overrightarrow{AB} = - (2\vec{a} + 2\vec{b}) = - 2\vec{a} - 2\vec{b}$

Следовательно: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = - 2\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{b} = - 2\vec{a} - \vec{b}$

Ответ: $\overrightarrow{AB} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$
$\overrightarrow{BC} = - 2\vec{a} - \vec{b}$
$\overrightarrow{BM} = - \vec{a} - \vec{b}$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Дайте определение вектора.
2)Назовите виды векторов.
3)Назовите действия над векторами в геометрической форме.
4)Что значит, разложить вектор по двум заданным векторам?

Задания для практического занятия:

Вариант	**Задача:**
1	Дан треугольник АВС, точка М – середина стороны ВС, $\overline{AM} = \bar{\text{а}}$, $\overline{AC} = \bar{\text{в}}$. Разложить по векторам $\bar{\text{а}}$ и $\bar{\text{в}}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CM}$
2	Дан треугольник АВС, точка L – середина стороны АВ, $\overline{CL} = \bar{\text{а}}$, $\overline{AC} = \bar{\text{в}}$. Разложить по векторам $\bar{\text{а}}$ и $\bar{\text{в}}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BL}$

3	Дан треугольник ABC, точка M – середина стороны AC, $\overline{BM}$ = $\bar{a}$, $\overline{AB}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{MA}$
4	Дан треугольник ABC, точка S – середина стороны BC, $\overline{AB}$ = $\bar{a}$, $\overline{AS}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{SB}$
5	Дан треугольник ABC, точка N – середина стороны BC, $\overline{AN}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CN}$
6	Дан треугольник ABC, точка D – середина стороны AB, $\overline{CD}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$
7	Дан треугольник ABC, точка T – середина стороны BC, $\overline{AB}$ = $\bar{a}$, $\overline{AT}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{TB}$
8	Дан треугольник ABC, точка S – середина стороны AC, $\overline{BS}$ = $\bar{a}$, $\overline{AB}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{SA}$
9	Дан треугольник ABC, точка R – середина стороны BC, $\overline{AB}$ = $\bar{a}$, $\overline{AR}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{RB}$
10	Дан треугольник ABC, точка K – середина стороны BC, $\overline{AK}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CK}$
11	Дан треугольник ABC, точка P – середина стороны AB, $\overline{CP}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BP}$
12	Дан треугольник ABC, точка N – середина стороны AC, $\overline{BN}$ = $\bar{a}$, $\overline{AB}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{NA}$
13	Дан треугольник ABC, точка P – середина стороны BC, $\overline{AB}$ = $\bar{a}$, $\overline{AP}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{PB}$
14	Дан треугольник ABC, точка S – середина стороны BC, $\overline{AS}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CS}$
15	Дан треугольник ABC, точка F – середина стороны AB, $\overline{CF}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$
16	Дан треугольник ABC, точка L – середина стороны BC, $\overline{AB}$ = $\bar{a}$, $\overline{AL}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{LB}$
17	Дан треугольник ABC, точка P – середина стороны AC, $\overline{BP}$ = $\bar{a}$, $\overline{AB}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{PA}$
18	Дан треугольник ABC, точка D – середина стороны BC, $\overline{AD}$ = $\bar{a}$, $\overline{AC}$ = $\bar{в}$. Разложить по векторам $\bar{a}$ и $\bar{в}$ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$

19	Дан треугольник АВС, точка N – середина стороны АВ, $\overline{CN}$ = ā, $\overline{AC}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BN}$
20	Дан треугольник АВС, точка K – середина стороны ВС, $\overline{AB}$ = ā, $\overline{AK}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{KB}$
21	Дан треугольник АВС, точка L – середина стороны АС, $\overline{BL}$ = ā, $\overline{AB}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{LA}$
22	Дан треугольник АВС, точка F – середина стороны ВС, $\overline{AF}$ = ā, $\overline{AC}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CF}$
23	Дан треугольник АВС, точка N – середина стороны ВС, $\overline{AB}$ = ā, $\overline{AN}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{NB}$
24	Дан треугольник АВС, точка H – середина стороны АС, $\overline{BH}$ = ā, $\overline{AB}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{HA}$
25	Дан треугольник АВС, тоска P – середина стороны ВС, $\overline{AP}$ = ā, $\overline{AC}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CP}$
26	Дан треугольник АВС, точка K – середина стороны АВ, $\overline{CK}$ = ā, $\overline{AC}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BK}$
27	Дан треугольник АВС, точка М – середина стороны ВС, $\overline{AB}$ = ā, $\overline{AM}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{MB}$
28	Дан треугольник АВС, точка V – середина стороны АС, $\overline{BV}$ = ā, $\overline{AB}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{VA}$
29	Дан треугольник АВС, точка R – середина стороны ВС, $\overline{AR}$ = ā, $\overline{AC}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CR}$
30	Дан треугольник АВС, точка М – середина стороны АВ, $\overline{CM}$ = ā, $\overline{AC}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BM}$
31	Дан треугольник АВС, точка L – середина стороны АС, $\overline{BC}$ = ā, $\overline{AB}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{AC}$, $\overline{BL}$, $\overline{LA}$
32	Дан треугольник АВС, точка N – середина стороны ВС, $\overline{AB}$ = ā, $\overline{AN}$ = в̄. Разложить по векторам ā и в̄ векторы $\overline{CA}$, $\overline{BC}$, $\overline{NB}$

Критерии:
6 баллов:
1 – чертеж – 1б

2 – краткое условие – 1б
3 – обоснования – 2 б
4 – вычисления – 1б
5 – ответ – 1б
Итого:
6б – «5»
5б – «4»
3-4б – «3»

Практическая работа № 7

Тема: Деление отрезка в заданном отношении. Матрицы вида 2 × 2 и 3×3 и их применение при вычислении площадей и объемов.

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Координаты вектора

Чтобы найти координаты вектора, заданного двумя точками, надо от координат конца отнять координаты начала.

Например: A(2; 5), B(4; 3). Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$

Решение: $\overrightarrow{AB}$ = (4 – 2; 3 – 5) = $\overrightarrow{(2;\ -2)}$

2.Деление отрезка в заданном отношении.

Если точка М делит отрезок АВ в отношении λ, то координаты точки М находятся по формулам:

$X_м = \frac{X_A + \lambda X_B}{1+\lambda}$; $У_м = \frac{У_A + \lambda У_B}{1+\lambda}$; $Z_м = \frac{Z_A + \lambda Z_B}{1+\lambda}$

Например: точка М делит отрезок АВ в отношении 1:2, найти координаты точки М, если A(2; 0), B(4; - 6)

Решение: т.к. точка М делит отрезок АВ в отношении 1:2, то $\lambda = \frac{1}{2}$.Точки А и В заданы двумя координатами, следовательно, очка М то же будет задана двумя координатами x и y. Найдем их.

$X_м = \frac{X_A + \lambda X_B}{1+\lambda} = \frac{2+\frac{1}{2}\cdot 4}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2+2}{\frac{3}{2}} = 4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

$У_м = \frac{У_A + \lambda У_B}{1+\lambda} = \frac{0+\frac{1}{2}\cdot(-6)}{1+\frac{1}{2}} = -\ 3 \cdot \frac{2}{3} = -\ 2$

Ответ: М ($2\frac{2}{3}$; - 2)

3.Длина вектора.

Длину вектора можно рассматривать как длину радиуса окружности с центром в начале координат, уравнение которой $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, поэтому

$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Например: Найти длину вектора $\vec{c}$, если $\vec{c} = \overrightarrow{(1; 2; 3)}$

Решение: $|\vec{c}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

4.Векторное произведение векторов.

Пусть даны два вектора: $\vec{a} = (x_1;\ y_1;\ x_1)$, $\vec{b} = (x_2;\ y_2;\ x_2)$

Векторное произведение:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}$$

5.Смешанное произведение векторов.

Пусть даны три вектора: $\vec{a} = (x_1;\ y_1;\ x_1)$, $\vec{b} = (x_2;\ y_2;\ x_2)$, $\vec{c} = (x_3;\ y_3;\ z_3)$

Смешанное произведение векторов:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = x_1y_2z_3 + y_1z_2x_3 + z_1x_2y_3 - z_1y_2x_3 - y_1x_2z_3 - x_1z_2y_3$$

Задача: Даны координаты точек: $A_1(2; 1; 0)$, $A_2(3; 2; -1)$, $A_3(1; 2; 2)$, $A_4(2; -1; -2)$. Найти: 1)площадь параллелограмма, построенного на векторах A_1A_2 и A_1A_3; 2)объем параллелепипеда, построенного на векторах A_1A_2, A_1A_3 и A_1A_4

Решение:

1)Найдем площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{A_1A_2}$ и $\overrightarrow{A_1A_3}$ с помощью векторного произведения этих векторов.

$\overrightarrow{A_1A_2} = (3 - 2; 2 - 1; -1 -0) = (1; 1; -1)$

$\overrightarrow{A_1A_3} = (1 - 2; 2 - 1; 2 - 0) = (-1; 1; 2)$

$S_{пар-ма} = |\overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3}|$

$$\overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$$

$S_{пар-ма} = |\overrightarrow{A_1A_2} \times \overrightarrow{A_1A_3}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$ (ед.^{2})

2) объем параллелепипеда, построенного на векторах A_1A_2, A_1A_3 и A_1A_4 найдем с помощью смешанного произведения этих векторов.

$\overrightarrow{A_1A_4} = (2 - 2; -1 - 1; -2 -0) = (0; -2; -2)$

$V_{пар-да} = |\overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_3} \cdot \overrightarrow{A_1A_2}|$

$$\overrightarrow{A_1A_2} \cdot \overrightarrow{A_1A_3} \cdot \overrightarrow{A_1A_2} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{vmatrix} = -2 + 0 - 2 - 0 - 2 + 4 = -2$$

$V_{пар-да} = |-2| = 2$ (ед.^{3})

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1.Какую величину называют скалярной?

2.Какую величину называют векторной?

3.Что называют вектором?

4.Что называют длиной вектора?

5.Какие векторы называют одинаково (противоположно) направленными?

6.Какие векторы называют коллинеарными?

7.Какие векторы называют компланарными?

8.Какие векторы называют равными, противоположными?

9.Расскажите о линейных операциях над векторами.

10.Какая совокупность векторов называется линейно-зависимой (линейно-независимой)?

11.Какую совокупность векторов называют базисом?

12.Что называют координатами вектора?

13.Какими свойствами обладают координаты векторов?

14.Что называют проекцией вектора на ось?

15.Что называют скалярным произведением векторов?

16.Какими свойствами обладает скалярное произведение векторов?

17.Как вычисляют скалярное произведение векторов, заданных координатами?

18.Как найти угол между векторами?

19.Как найти расстояние между точками, заданными координатами?

20.Как найти длину вектора, заданного координатами?

21.Какова геометрическая интерпретация скалярного произведения векторов?

22.Что называют векторным произведением векторов?

23.Как вычисляют векторное произведение векторов, заданных координатами?

24.Каковы свойства векторного произведения векторов?

25.Каков геометрический смысл векторного произведения векторов?

26.Что называют смешанным произведением векторов?

27.Как вычисляют смешанное произведение векторов, заданных координатами?

28.Каковы свойства смешанного произведения векторов?

29.Каков геометрический смысл смешанного произведения векторов?

30.Каковы физические приложения скалярного и векторного произведений векторов?

Задания для практического занятия:

Задача: Даны координаты точек: A_1, A_2, A_3, A_4. Найти: 1)середину отрезка A1A2; 2)площадь параллелограмма, построенного на векторах A_1A_2 и A_1A_3; 3)объем параллелепипеда, построенного на векторах A_1A_2, A_1A_3 и A_1A_4

Вариант	$\mathbf{A_1}$	$\mathbf{A_2}$	$\mathbf{A_3}$	$\mathbf{A_4}$
1	(4;2;5)	(0;7:2)	(0;2;7)	(1;5;0)
2	(4;4;10)	(4;10;2)	(0;8;4)	(9;6;4)
3	(4;6;5)	(6;9;4)	(2;10;10)	(7;5;9)
4	(3;5;4)	(8;7;4)	(5;10;4)	(4;7;8)
5	(10;6;6)	(-2;8;2)	(6;8;9)	(7;10;3)
6	(1;8;2)	(5;2;6)	(5;7;4)	(4;10;9)
7	(6;6;5)	(4;9;5)	(4;6;11)	(6;9;3)

8	(7;2;2)	(5;7;7)	(5;3;1)	(2;3;7)
9	(8;6;4)	(10;5;5)	(5;6;8)	(10;8;7)
10	(7;7;3)	(6;5;8)	(3;5;8)	(8;4;1)
11	(1;2;5)	(0;7:3)	(0;2;4)	(1;6;0)
12	(4;1;10)	(4;10;3)	(0;8;1)	(9;6;3)
13	(4:6:6)	(6;9;1)	(3;10;10)	(7;6;9)
14	(5;5;4)	(8;9;4)	(5;10;1)	(1;7;8)
15	(15;6;6)	(-2;8;3)	(6;8;9)	(7;10;9)
16	(4;8;2)	(6;2;6)	(6;7;4)	(1;10;9)
17	(6;6;3)	(1;9;5)	(1;6;11)	(6;9;8)
18	(7;3;2)	(5;9;7)	(6;3;1)	(2;3;9)
19	(8;6;1)	(10;5;6)	(6;6;8)	(10;8;9)
20	(7;7;8)	(6;6;8)	(8;5;8)	(8;1;1)
21	(0;2;7)	(1;5;0)	(4;2;5)	(0;7:2)
22	(0;8;4)	(9;6;4)	(4;4;10)	(4;10;2)
23	(2;10;10)	(7;5;9)	(4;6;5)	(6;9;4)
24	(5;10;4)	(4;7;8)	(3;5;4)	(8;7;4)
25	(6;8;9)	(7;10;3)	(10;6;6)	(-2;8;2)
26	(5;7;4)	(4;10;9)	(1;8;2)	(5;2;6)
27	(4;6;11)	(6;9;3)	(6;6;5)	(4;9;5)
28	(5;3;1)	(2;3;7)	(7;2;2)	(5;7;7)
29	(5;6;8)	(10;8;7)	(8;6;4)	(10;5;5)
30	(3;5;8)	(8;4;1)	(7;7;3)	(6;5;8)
31	(0;2;4)	(1;6;0)	(1;2;5)	(0;7:3)
32	(0;8;1)	(9;6;3)	(4;1;10)	(4;10;3)

Критерии:

№1 – 2 балла (правильно найдены координаты – 1б.; правильно записан ответ – 1 б.)

№2 – 4 балла (правильно найдены длины векторов – 1б.; правильно составлен и вычислен определитель – 2б.; правильно записан ответ – 1 б.)

№3 – 4балла (правильно найдены длины векторов – 1б.; правильно составлен и вычислен определитель – 2б.; правильно записан ответ – 1 б.)

Итого:

10б – «5»

8-9б – «4»

6-7б – «3»

Практическая работа № 8

Тема: Решение задач на нахождение длины дуги, площади кругового сектора. Определение местоположения точки на окружности.

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Угол в 1 радиан – это центральный угол, опирающийся на дугу, равной радиусу окружности.

Так как отношение длины окружности к диаметру есть число постоянное:

l / D = $\pi \approx 3{,}14$, то укладывая угол в 1 радиан в развернутый угол, получим, что таких углов уложится 3 и еще маленький угол, который будет равен 0,14 радиан. Выходит, что угол в 180° равен π радиан.

Значит угол в 1° = $\frac{\pi}{180}$, а угол в 1 рад = $\frac{180}{\pi}$, а следовательно:

$\alpha^{\circ} = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha^{\circ}$ α(рад) = $\frac{180}{\pi}$ · α(рад)

Например:

1)Перевести из градусной меры в радианную 120°:

120° = $\frac{\pi}{180} \cdot 120 = \frac{2\pi}{3}$ (рад)

2)Перевести из радианной меры в градусную $\frac{\pi}{5}$ рад.:

$\frac{\pi}{5} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\pi}{5} = 36°$

3)Определить местоположение точки на окружности, совершившей поворот на угол 112° и на угол - $\frac{4\pi}{5}$ рад.

Решение: зная о том, что положительные углы откладываются против часовой стрелки от точки (1; 0) и

1 четверть: от 0° до 90° ($\frac{\pi}{2}$ рад)

2 четверть: от 90° до 180° (π рад)

3 четверть: от 180° до 270° ($\frac{3\pi}{2}$ рад)

4 четверть: от 270° до 360° (2π рад),

легко понять, что в первом случае точка попадет во вторую четверть.

Отрицательные углы откладываются по часовой стрелки, следовательно во втором случае надо рассматривать нижнюю половину окружности, - $\frac{5\pi}{5}$ – точка окажется на оси ох в (-1; 0). В нашем случае точка совершила поворот на угол - $\frac{4\pi}{5}$, следовательно она окажется в 3 – й четверти.

4)Радианная мера угла удобна для вычисления длины дуги окружности и площади кругового сектора, которые находятся по формулам:

$l = \alpha \cdot R;$

$S = \frac{R^2}{2} \cdot \alpha$

Задача: найти длину дуги и площадь кругового сектора, радиус которого 2,4м, а угол, соответствующий дуге сектора равен $\frac{\pi}{2}$ рад.

Решение:

R = 2,4м, α = $\frac{\pi}{2}$

$l = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{2} \cdot 2{,}4 \approx \frac{3{,}14}{2} \cdot 2{,}4 \approx 3{,}77$м – длина дуги кругового сектора;

$S = \frac{R^2}{2} \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot (2{,}4)^2 \cdot \frac{\pi}{2} \approx \frac{1}{2} \cdot 5{,}76 \cdot \frac{3{,}14}{2} \approx 4{,}52$м^2 – площадь кругового сектора

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Дайте определение понятия «угол в 1 радиан»?

2)Как перейти из градусной меры в радианную?

3)Как перейти из радианной меры в градусную?

4)Как определить местоположение точки на числовой окружности?

5)Как найти длину дуги окружности?

6)Как найти площадь кругового сектора?

Задания для практического занятия:

1.Перевести в радианную меру:

вариант		вариант	
1	30°; 135°; 380°; -200°; -35°	17	15°; 280°; 450°; -26°; -180°
2	45°; 120°; 400°; -50°; - 220°	18	46°; 135°; 370°; -18°; -240°
3	60°; 240°; 420°; - 20°; - 300°	19	10°; 260°; 405°; - 64°; -135°
4	180°; 36°; 390°; - 42°; -130°	20	12°; 180°; 510°; - 75°; -310°
5	270°; 25°; 440°;- 36°; -124°	21	28°; 300°; 105°; - 80°; -266°
6	80°; 300°; 520°; - 45°; - 200°	22	42°; 122°; 444°; -40°; - 126°
7	90°; 200˚°; 600°; - 72°˚; - 160°	23	4°; 106°; 308°; -24°; -145°
8	40°; 150°; 350°; - 30°; - 260°	24	38°; 276°; 610°; -74°; -172° °
9	32°; 140°; 410°; -90°; -120°	25	14°; 118°; 365°; -16°; -340°
10	48°; 210°; 460°; -60°; -330°	26	62°; 215°; 412°; -38°; -270°
11	65°; 270°; 310°; - 180°; -24°	27	16°; 204°; 512°; -31°; - 156°
12	35°; 100°; 480°; -12°; -360˚°	28	26°; 215°; 430°; -22°; -320°
13	20°; 110°; 500°; - 50°; -270°	29	5°; 130°; 700°; -70°; -223°
14	30°; 240°; 390° ; - 36°; - 220°	30	90°; 200°; 600°; -26°; -180°
15	60°; 240°; 420°; - 20°; - 300°	31	- 160°; 140°; 410°; - 75°; -310°
16	4°; 122°; 306°; -54°; -125°	32	80°; 200˚°; 420°; - 35°; - 210°

2.Перевести в градусную меру:

Вариант		Вариант	
1.	а) $\frac{\pi}{7}$; б) $\frac{2\pi}{9}$; в) $\frac{6\pi}{5}$	17.	а) $\frac{\pi}{24}$; б) $\frac{5\pi}{9}$; в) $\frac{7\pi}{3}$

2.	а) $\frac{\pi}{12}$; б) $\frac{3\pi}{5}$; в) $\frac{7\pi}{4}$	18.	а) $\frac{\pi}{12}$; б) $\frac{5\pi}{6}$; в) $\frac{10\pi}{3}$
3.	а) $\frac{\pi}{5}$; б) $\frac{3\pi}{8}$; в) $\frac{5\pi}{4}$	19.	а) $\frac{\pi}{15}$; б) $\frac{2\pi}{9}$; в) $\frac{6\pi}{5}$
4.	а) $\frac{\pi}{8}$; б) $\frac{2\pi}{7}$; в) $\frac{5\pi}{3}$	20.	а) $\frac{\pi}{14}$; б) $\frac{3\pi}{8}$; в) $\frac{7\pi}{4}$
5.	а) $\frac{\pi}{9}$; б) $\frac{2\pi}{5}$; в) $\frac{9\pi}{4}$	21.	а) $\frac{\pi}{8}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{9\pi}{5}$
6.	а) $\frac{\pi}{15}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{12\pi}{7}$	22.	а) $\frac{\pi}{10}$; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) $\frac{5\pi}{3}$
7.	а) $\frac{\pi}{18}$; б) $\frac{2\pi}{9}$; в) $\frac{8\pi}{3}$	23.	а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{7\pi}{9}$; в) $\frac{10\pi}{3}$
8.	а) $\frac{\pi}{10}$; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) $\frac{7\pi}{6}$	24.	а) $\frac{\pi}{5}$; б) $\frac{4\pi}{15}$; в) $\frac{7\pi}{2}$
9.	а) $\frac{\pi}{16}$; б) $\frac{5\pi}{6}$; в) $\frac{7\pi}{3}$;	25.	а) $\frac{\pi}{9}$; б) $\frac{2\pi}{15}$; в) $\frac{8\pi}{5}$
10.	а) $\frac{\pi}{12}$; б) $\frac{4\pi}{9}$; в) $\frac{5\pi}{2}$	26.	а) $\frac{\pi}{7}$; б) $\frac{5\pi}{12}$; в) $\frac{7\pi}{6}$
11.	а) $\frac{\pi}{20}$; б) $\frac{5\pi}{8}$; в) $\frac{9\pi}{5}$	27.	а) $\frac{\pi}{18}$; б) $\frac{2\pi}{5}$; в) $\frac{7\pi}{4}$
12.	а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{3\pi}{8}$; в) $\frac{8\pi}{5}$	28.	а) $\frac{\pi}{9}$; б) $\frac{3\pi}{4}$; в) $\frac{8\pi}{3}$
13.	а) $\frac{\pi}{36}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{7\pi}{4}$	29.	а) $\frac{\pi}{14}$; б) $\frac{4\pi}{9}$; в) $\frac{9\pi}{4}$
14.	а) $\frac{\pi}{7}$; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) $\frac{7\pi}{4}$	30.	а) $\frac{\pi}{12}$; б) $\frac{2\pi}{5}$; в) $\frac{5\pi}{3}$
15.	а) $\frac{\pi}{15}$; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) $\frac{8\pi}{3}$	31	а) $\frac{\pi}{36}$; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) $\frac{7\pi}{4}$
16	а) $\frac{\pi}{20}$; б) $\frac{4\pi}{9}$; в) $\frac{9\pi}{3}$	32	а) $\frac{2\pi}{7}$; б) $\frac{\pi}{9}$; в) $\frac{7\pi}{5}$

3.Определить местоположение точки на окружности, совершившей поворот на угол:

Вариант		**Вариант**	
1.	а) 36º; б) $\frac{\pi}{10}$; в) 4,3; г) - 104º; д) - $\frac{3\pi}{4}$; е) – 6,58	**17.**	а) 78° ; б) $\frac{3\pi}{7}$; в) 2,7 ; г) - 13°; д) - $\frac{4\pi}{7}$; е) - 6,3
2.	а) 154º; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) 2,3 ; г) - 16º	**18.**	а) 121° ; б) $\frac{\pi}{9}$; в) 4,7 ; г) -

	; д) - $\frac{5\pi}{9}$; е) – 4,5		39°; д) - $\frac{5\pi}{6}$; е) – 1,7
3.	а) 48°; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) 1,6 ; г) - 220° ; д) - $\frac{\pi}{7}$; е) – 2, 7	**19.**	а) 6° ; б) $\frac{2\pi}{11}$; в) 1,8 ; г) - 300°; д) - $\frac{2\pi}{5}$; е) – 4,8
4.	а) 24° ; б) $\frac{\pi}{5}$; в) 3,8 ; г) - 209° ; д) - $\frac{2\pi}{9}$; е) – 5,12	**20.**	а) 17° ; б) $\frac{4\pi}{15}$;в) 3,2 ; г) - 45° ; д) - $\frac{8\pi}{9}$; е) – 4,2
5.	а) 37° ; б) $\frac{3\pi}{4}$; в) 4,3 ; г) - 300° ; д) - $\frac{\pi}{7}$; е) – 1,12	**21.**	а) 165°; б) $\frac{5\pi}{12}$; в) 6,4 ; г) - 75°; д) - $\frac{3\pi}{4}$; е) – 5,4
6.	а) 67° ; б) $\frac{3\pi}{5}$; в) 6,8 ; г) - 214° ; д) $-\frac{4\pi}{15}$; е) – 3,6	**22.**	а) 89° ; б) $\frac{7\pi}{12}$; в) 5,1 г) - 240° д) - $\frac{3\pi}{7}$; е) – 4,6
7.	а) 200° ; б) $\frac{5\pi}{7}$; в) 1,3 ; г) - 75° ; д) - $\frac{7\pi}{12}$; е) – 5,2	**23.**	а) 183°; б) $\frac{3\pi}{4}$; в) 2,6 ; г) - 97° д) - $\frac{2\pi}{5}$; е) – 3,7
8.	а) 100° ; б) $\frac{3\pi}{5}$; в) 9,8 г) - 96° ; д) - $\frac{2\pi}{7}$; е) – 4,3	**24.**	а) 55°; б) $\frac{4\pi}{5}$; в)6,3 ; г) - 130° д) - $\frac{5\pi}{6}$; е) – 1,2
9.	а) 85° ; б) $\frac{4\pi}{7}$; в) 2,3 ; г) - 12° ; д) - $\frac{3\pi}{5}$; е) – 6,1	**25.**	а) 164°; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) 2,1; г) - 26° ; д) - $\frac{4\pi}{7}$; - 6,4
10.	а) 62° ; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) 1,3 ; г) - 106° ; д) - $\frac{2\pi}{9}$; е) – 3,4	**26.**	а) 28° ; б) $\frac{\pi}{12}$; в) 5,8 ; г) - 219° ;д) - $\frac{3\pi}{9}$; е) – 5,13
11.	а) 95° ; б) $\frac{5\pi}{6}$; в) 3,7 ; г) - 24° ; д) - $\frac{3\pi}{7}$; е) – 5,2	**27.**	а) 88° ; б) $\frac{2\pi}{7}$; в) 2,8 ; г) - 12°; д) - $\frac{5\pi}{7}$; - 6,6
12.	а) 76° ; б) $\frac{2\pi}{5}$; в) 2,5 ; г) - 82° ; д) - $\frac{2\pi}{3}$; е) – 1,4	**28.**	а) 124° ; б) $\frac{\pi}{9}$; в) 4,6 ; д) - $\frac{5\pi}{6}$; е) – 2,7
13.	а) 80° ; б) $\frac{4\pi}{9}$; в) 3,8 ; г) - 120° ; д) - $\frac{2\pi}{5}$; е) – 5,1	**29.**	а) 58°; б) $\frac{4\pi}{5}$; в) 2,6; г) - 230°; д) - $\frac{5\pi}{7}$; е) – 3, 7
14.	а) 31°; б) $\frac{\pi}{10}$; в) 1,9 ; г) - 223° ; д) - $\frac{2\pi}{9}$; е) – 5,42	**30.**	а) 47° ; б) $\frac{3\pi}{4}$; в) 4,7 ; г) - 302° ; д) - $2\frac{\pi}{7}$; е) –

			4,12
15.	а) 23° ; б) $\frac{\pi}{5}$; в) 4,8 ; г) - 207° ; д) - $\frac{2\pi}{7}$; е) – 1,13	**31**	а) 175°; б) $\frac{7\pi}{12}$; в) 4,4 ; г) - 85°; д) - $\frac{3\pi}{4}$; е) – 5,3
16	а) 76° ; б) $\frac{2\pi}{7}$; в) 2,8 ; г) - 23°; д) - $\frac{3\pi}{7}$; е) - 7,3	**32**	а) 35º; б) $\frac{\pi}{11}$; в) 4,4; г) - 103º; д) - $\frac{3\pi}{4}$; е) – 6,68

Критерии:	Итого:
№1 – 5б	14б – «5»
№2 – 3б	11-13б – «4»
№3 – 6б	8-10б – «3»

Практическая работа № 9

Тема: Вычисление значений тригонометрических выражений.

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий

4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Для вычисления значений тригонометрических выражений, необходимо знать ряд формул:

1. Таблица значений тригонометрических функций

Мера угла	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$	$\boldsymbol{\pi}$	$\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}$	$\boldsymbol{2\pi}$
sin a	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	- 1	0
cos a	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tga	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	----	0	----	0
ctga	-----	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	---	0	----

2.Формулы отрицательных углов:

cos(-α) = cosα

sin(-α) = - sinα

tg(- α) = - tgα

ctg(- α) = - ctgα

3)Основное тригонометрическое тождество:

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

4)Знаки тригонометрических выражений по четвертям:

cosα

-	+
-	+

sinα

+	+
-	-

tgα, ctgα

-	+
+	-

Например:

1. Найти cosα, tgα, ctgα, если $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Решение: из основного тригонометрического тождества выразим $\cos\alpha = \mp\sqrt{1 - \sin\alpha^2}$. Из неравенства $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ следует, что точка находится во второй четверти, косинус принимает знак „-“:

$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin\alpha^2} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{1}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{4} : \left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = \ = -\frac{1}{\sqrt{15}} = -\frac{\sqrt{15}}{15}$

$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\sqrt{15}$

2.Найти значение выражения:

$2\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) - cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2(-\ \mathrm{tg}\frac{\pi}{4} - \cos^2\frac{\pi}{3}) = 2(-\ 1 - \frac{1}{4}) = 2(-\ \frac{5}{4}) = -\ 2{,}5$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Дайте определение синуса числа а.

2)Дайте определение косинуса числа а.

3)Дайте определение тангенса числа а.

4) Дайте определение котангенса числа а.

5)Прочитайте основное тригонометрическое тождество.

6)Как найти синус числа, если известен косинус этого числа.

7) Как найти косинус числа, если известен синус этого числа.

8)Как найти синус числа, если известен котангенс этого же числа?

9) Как найти косинус числа, если известен тангенс этого же числа?

10)Как найти значение синуса, косинуса, тангенса и котангенса для отрицательного числа?

Задания для практического занятия:

№ варианта	задание
1	**1.** Найти cosα, tgα, ctgα, если $\sin\alpha = \frac{1}{4}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.** Вычислить: $\frac{\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{15ctg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

2	**1.**Найти sin α, cos α, ctgα, если tg α = -2, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ **2.**Вычислить: $\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)}{1+tg(-\pi)}$
3	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = - 0,2 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.** Вычислить: $\frac{\left(ctg\left(-\frac{\pi}{6}\right)-2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+7}$
4	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = - 0,8 и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.** Вычислить: $\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{1+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$
5	**1.**Найти sin α, cosα, tgα, если ctgα = $\frac{1}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{1+\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)-sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)}$
6	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = 0,3 и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ **2.**Вычислить: $\frac{\cos(-\pi)\cdot\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)}{1+tg(-\pi)}$
7	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = $-\frac{2}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2**. Вычислить: $\frac{\frac{1}{2}\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{1-tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$
8	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = $-\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.**Вычислить: $\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\frac{1}{2}ctg\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{2-\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$
9	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = $\frac{3}{4}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ **2.**Вычислить: $\frac{3tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)-tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$
10	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = $\frac{2}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.**Вычислить: $\frac{2tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)-3\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{1-\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$
11	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = $-\frac{2}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{1-\cos(-\pi)}$
12	**1.**Найти sin α, cosα, tgα, если ctgα = $\frac{1}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{1+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{2\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)-cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)}$

13	**1.**Найти sinα, tgα, ctgα, если cos = $-\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π **2.**Вычислить: $\frac{2tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)-3sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)-tg(-\pi)}$
14	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = $\frac{1}{4}$ и $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π **2.**Вычислить: $\frac{cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)-1}{3ctg^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$
15	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = $\frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π **2.**Вычислить: $\frac{1+sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\cdot ctg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$
16	**1.**Найти sinα, tgα, ctgα, если cos = $-\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π **2.**Вычислить: $\frac{4sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{2tg^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$
17	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = -$\frac{2}{7}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{\left(1-tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)\cdot cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{sin^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$
18	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = $\frac{1}{3}$ и $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π **2.**Вычислить: $\frac{cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{4}}{1+ctg\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$
19	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = $\frac{2}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π **2.**Вычислить: $\frac{sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{2cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$
20	**1.**Найти sin α, cosα, tgα, если ctgα = $\frac{1}{2}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{2+sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$
21	**1.**Найти sin α, cos α, ctgα, если tg α = -4, $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π **2.**Вычислить: $\frac{cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)-1}{2tg^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$
22	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = $\frac{\sqrt{2}}{5}$ и $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π **2.**Вычислить: $\frac{1+sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$

23	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = $\frac{2}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.**Вычислить: $\frac{tg^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2cos(-\pi)}{3sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$
24	**1.**Найти sinα, tgα, ctgα, если cos = $\frac{4}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ **2.**Вычислить: $\frac{2sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)+tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{1-ctg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$
25	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = -$\frac{1}{6}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{2cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)-1}$
26	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = $\frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.** Вычислить: $\frac{\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2tg\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{15ctg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$
27	**1.**Найти $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, ctgα, если tg α = -4, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ **2.**Вычислить: $\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)}{1+tg(-\pi)}$
28	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = - 0,3 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.** Вычислить: $\frac{\left(ctg\left(-\frac{\pi}{6}\right)-2\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+6}$
29	**1.**Найти sin α, tgα, ctgα, если cosα = - 0,9 и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ **2.** Вычислить: $\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{1+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$
30	**1.**Найти sin α, cosα, tgα, если ctgα = $\frac{1}{7}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{1+\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\left(tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)-sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)}$
31	**1.**Найти cosα, tgα, ctgα, если sinα = - 0,4 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.** Вычислить: $\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{1-\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$
32	**1.**Найти sin α, cosα, tgα, если ctgα = $\frac{2}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ **2.**Вычислить: $\frac{cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\cdot sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)+1}{3ctg^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

Критерии:
№1 – 4балла
Триг. выражения – 3б, четверть и ответ – 1 балл
№2 – 3 балла (Формулы, таблица, преобразования)

Итого:
7б – «5»
5-6б – «4»
3-4б – «3»

Практическая работа № 10

Тема: Решение задач на применение формул сложения, двойного и половинного аргумента

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий

4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Для преобразования тригонометрических выражений, необходимо знать ряд формул:

1.Формулы сложения

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$

Например: найти $\sin 75^{\circ}$ °

Для этого необходимо данный угол представить в виде суммы или разности двух табличных углов и воспользоваться одной из вышеперечисленных формул:

$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

2.Формулы двойных углов:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

$\cos 2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha$

$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1- tg^2\alpha}$

$ctg 2\alpha = \frac{1- tg^2\alpha}{2tg\alpha}$

Например: Найти $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Решение: $\cos 2\alpha = cos^2\alpha - sin^2\alpha$

из основного тригонометрического тождества выразим

$\cos\alpha = \mp \sqrt{1 - \sin\alpha^2}$. Из неравенства $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ следует, что точка находится во второй четверти, косинус принимает знак „-“:

$\cos\alpha = - \sqrt{1 - \sin\alpha^2} = - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = - \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = - \frac{\sqrt{8}}{3}$

$\cos 2\alpha = \left(-\frac{\sqrt{8}}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} - \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$

Ответ: $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Чему равен синус суммы двух углов?
2)Чему равен синус разности двух углов?
3)Чему равен косинус суммы двух углов?
4)Чему равен косинус разности двух углов?
5)Чему равен тангенс суммы двух углов?
6) Чему равен тангенс разности двух углов?
7) Чему равен котангенс суммы двух углов?
8) Чему равен котангенс разности двух углов?
9)Чему равен косинус двойного угла?
10) Чему равен синус двойного угла?
11) Чему равен тангенс двойного угла?
12) Чему равен котангенс двойного угла?

Задания для практического занятия:

1.Вычислить:

№ вариант	Вычислить по формулам сложения.			
1	sin 120°	$tg\frac{5\pi}{4}$	cos 150˚	$ctg\,\frac{2\pi}{3}$
2	cos 135˚	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$	sin 210˚	$tg\,\frac{3\pi}{4}$
3	tg 75˚	$\sin\frac{2\pi}{3}$	ctg 225˚	$\cos\frac{5\pi}{3}$
4	cos 210˚	$ctg\,\frac{5\pi}{6}$	sin 150°	$tg\,\frac{4\pi}{3}$
5	sin 225˚	$\cos\frac{2\pi}{3}$	tg 135˚	$ctg\,\frac{7\pi}{4}$
6	tg120°	$\sin\frac{5\pi}{4}$	ctg 150˚	$\cos\frac{2\pi}{3}$
7	cos 135˚	$tg\,\frac{7\pi}{6}$	sin 210˚	$ctg\,\frac{3\pi}{4}$
8	sin 75˚	$ctg\,\frac{2\pi}{3}$	tg 22˚ °	$\cos\frac{5\pi}{4}$
9	ctg 210˚	$\sin\frac{5\pi}{6}$	tg 150˚ °	$\cos\frac{4\pi}{3}$
10	tg 225°˚	$ctg\frac{2\pi}{3}$	sin 135°˚	$\cos\frac{7\pi}{4}$
11	cos120°˚	$tg\frac{5\pi}{4}$	ctg 150°˚	$\sin\frac{4\pi}{3}$
12	cos 135°˚	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$	sin 210°˚	$tg\,\frac{3\pi}{4}$
13	sin 150°˚	$tg\,\frac{2\pi}{3}$	cos 120°	$ctg\frac{5\pi}{4}$
14	sin 210°˚	$\cos\frac{3\pi}{4}$	tg 135˚	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$
15	ctg 225˚	$\sin\frac{5\pi}{3}$	tg 240°	$\cos\frac{2\pi}{3}$
16	cos 150˚	$tg\,\frac{4\pi}{3}$	sin 210°˚	$ctg\,\frac{5\pi}{6}$
17	tg 135°˚	$ctg\,\frac{7\pi}{4}$	sin 225°˚	$\cos\frac{2\pi}{3}$
18	ctg 150˚ °	$\cos\frac{2\pi}{3}$	tg120°˚	$\sin\frac{5\pi}{4}$

19	sin 210°	ctg $\frac{3\pi}{4}$	cos 135°	tg $\frac{7\pi}{6}$
20	ctg 225°	cos $\frac{5\pi}{3}$	sin 240°	tg $\frac{2\pi}{3}$
21	tg 150°	cos $\frac{4\pi}{3}$	ctg 210°	sin $\frac{5\pi}{6}$
22	sin 135°	cos $\frac{7\pi}{4}$	tg 225°	ctg$\frac{2\pi}{3}$
23	ctg 120°	sin $\frac{4\pi}{3}$	cos150°	tg$\frac{5\pi}{4}$
24	sin 330°	tg $\frac{3\pi}{4}$	cos 135°	ctg $\frac{11\pi}{6}$
25	cos 300°	tg $\frac{4\pi}{3}$	ctg 150°	sin $\frac{4\pi}{3}$
26	sin 120°	ctg $\frac{7\pi}{6}$	cos 135°	tg $\frac{3\pi}{4}$
27	cos 150°	tg$\frac{5\pi}{4}$	sin 210°	ctg $\frac{2\pi}{3}$
28	tg 225°	sin $\frac{5\pi}{3}$	ctg 135°	cos $\frac{7\pi}{4}$
29	sin 210°	cos$\frac{2\pi}{3}$	tg 240°	ctg $\frac{11\pi}{6}$
30	tg 135°	ctg $\frac{5\pi}{6}$	sin 210°	cos $\frac{3\pi}{4}$
31	sin 120°	tg$\frac{7\pi}{4}$	cos 150°	ctg $\frac{4\pi}{3}$
32	cos 135°	ctg $\frac{11\pi}{6}$	sin 210°	tg $\frac{5\pi}{4}$

2.Вычислить:

Вариант	
1	Найти cos2α, если sinα = - 0,4 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
2	Найти ctg2α, если tgα = $\frac{2}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
3	Найти ctg2α, если ctg α = -4, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
4	Найти cos2α, если sinα = - 0,3 и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
5	Найти sin2α, если cosα = - 0,9 и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
6	Найти sin2α, если cos = $\frac{4}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
7	Найти cos2α, если sinα = -$\frac{1}{6}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
8	Найти cos2α, если sinα = $\frac{1}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$
9	Найти sin2α, если cosα = $\frac{\sqrt{2}}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
10	Найти cos2α, если sinα = $\frac{2}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

11	Найти cos2α, если sinα = -$\frac{2}{7}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$
12	Найти sin 2α, если cosα = $\frac{1}{3}$ и $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π
13	Найти cos2α, если sinα = $\frac{2}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
14	Найти tg2α, если ctgα = $\frac{1}{2}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$
15	Найти ctg2α, если ctg α = -4, $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π
16	Найти sin2α, если cos = $-\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
17	Найти sin 2α, если cosα = $\frac{1}{4}$ и $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π
18	Найти cos2α, если sinα = $\frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
19	Найти sin2α, если cos = $-\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
20	Найти sin 2α, если cosα = - $\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
21	Найти sin 2α, если cosα = $\frac{3}{4}$ и $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π
22	Найти cos2α, если sinα = $\frac{2}{5}$ и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
23	Найти sin 2α, если cosα = - $\frac{2}{5}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$
24	Найти ctg2α, если ctgα = $\frac{1}{5}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$
25	Найти cos2α, если sinα = $\frac{1}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ < α < π
26	Найти ctg2α, если ctg α = -2, $\frac{3\pi}{2}$ < α < 2π
27	Найти cos2α, если sinα = - 0,2 и π < α < $\frac{3\pi}{2}$
28	Найти sin 2α, если cosα = - 0,8 и $\frac{\pi}{2}$ < α < π
29	Найти, ctg2α, если ctgα = $\frac{1}{3}$ и π < α < $\frac{3\pi}{2}$

30	Найти sin 2α, если cosα = 0,3 и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$
31	Найти cos2α, если sinα = -$\frac{2}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
32	Найти sin 2α, если cosα = - $\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Критерии:
№1 – 4б (1+1+1+1)
№2 – 2б
Итого:
6б – «5»
5б – «4»
3 - 4б – «3»

Практическая работа № 11

Тема: Решение задач на применение формул приведения, суммы и разности синусов и косинусов, формул преобразования произведения в сумму.

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий

4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Формулы приведения:

Если данный угол можно представить в виде $\pi \mp \alpha$, $\frac{\pi}{2} \mp$ α, $\frac{3\pi}{2} \mp \alpha$, $2\pi \mp \alpha$, где α<$\frac{\pi}{2}$, то

1)в правой части равенства ставится тот знак, который имеет левая,

2)если есть угол π или2π, то название выражения не меняется, если $\frac{\pi}{2}$ или $\frac{3\pi}{2}$,то

Sin меняется на cos, cos на sin, tg на ctg, ctg на tg.

3)Оставляем только α и смотрим в таблицу значений

Например: найти значение tg120°

Решение: tg120° = tg(90° + 3°) = $\{120° - 2$четверть, тангенс со знаком $" - ")$ = - ctg30° = - $\sqrt{3}$

2.Формулы суммы и разноси синусов, суммы разности косинусов:

sinα + sinβ= 2sin$\frac{\alpha+\beta}{2}$ · cos$\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -\,2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

Например:

Найти значение выражения cos150° + cos30°

Решение: $\cos150° + \cos30° = 2\cos\frac{150+30}{2}\cdot\cos\frac{150-30}{2} = 2\cos90°\cos60° = 2\cdot0\cdot\frac{1}{2} = 0$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1.Что позволяют сделать формулы приведения?
2.Какие шаги необходимо выполнить, применяя формулы приведения?
3.Чему рана сумма синусов двух углов?
4.Чему равна сумма косинусов двух углов?
5. Чему равна разность синусов двух углов?
6.Чему равна разность косинусов двух углов?

Задания для практического занятия:

1.Задание:

№ вариант	Вычислить по формулам приведения			
1	sin 120°	$tg\frac{5\pi}{4}$	cos 150˚	$ctg\,\frac{2\pi}{3}$
2	cos 135˚	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$	sin 210˚	$tg\,\frac{3\pi}{4}$
3	tg 75˚	$sin\,\frac{2\pi}{3}$	ctg 225˚	$cos\,\frac{5\pi}{3}$
4	cos 210˚	$ctg\,\frac{5\pi}{6}$	sin 150°	$tg\,\frac{4\pi}{3}$
5	sin 225˚	$cos\frac{2\pi}{3}$	tg 135˚	$ctg\,\frac{7\pi}{4}$
6	tg120°	$sin\frac{5\pi}{4}$	ctg 150˚	$cos\,\frac{2\pi}{3}$
7	cos 135˚	$tg\,\frac{7\pi}{6}$	sin 210˚	$ctg\,\frac{3\pi}{4}$
8	sin 75˚	$ctg\,\frac{2\pi}{3}$	tg 22˚ °	$cos\,\frac{5\pi}{4}$
9	ctg 210˚	$sin\,\frac{5\pi}{6}$	tg 150˚ °	$cos\,\frac{4\pi}{3}$
10	tg 225°˚	$ctg\frac{2\pi}{3}$	sin 135°˚	$cos\,\frac{7\pi}{4}$
11	cos120°˚	$tg\frac{5\pi}{4}$	ctg 150°˚	$sin\,\frac{4\pi}{3}$
12	cos 135°˚	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$	sin 210°˚	$tg\,\frac{3\pi}{4}$
13	sin 150°˚	$tg\,\frac{2\pi}{3}$	cos 120°	$ctg\frac{5\pi}{4}$
14	sin 210°˚	$cos\,\frac{3\pi}{4}$	tg 135˚	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$
15	ctg 225˚	$sin\,\frac{5\pi}{3}$	tg 240°	$cos\frac{2\pi}{3}$
16	cos 150˚	$tg\,\frac{4\pi}{3}$	sin 210°˚	$ctg\,\frac{5\pi}{6}$
17	tg 135°˚	$ctg\,\frac{7\pi}{4}$	sin 225°˚	$cos\frac{2\pi}{3}$
18	ctg 150˚ °	$cos\,\frac{2\pi}{3}$	tg120°˚	$sin\frac{5\pi}{4}$

19	$\sin 210$˚ °	$ctg\,\frac{3\pi}{4}$	$\cos 135^{\circ}$˚	$tg\,\frac{7\pi}{6}$
20	$ctg\,225$˚ °	$\cos\frac{5\pi}{3}$	$\sin 240^{\circ}$	$tg\,\frac{2\pi}{3}$
21	$tg\,150$˚ °	$\cos\frac{4\pi}{3}$	$ctg\,210^{\circ}$˚	$\sin\frac{5\pi}{6}$
22	$\sin 135^{\circ}$˚	$\cos\frac{7\pi}{4}$	$tg\,225$˚ °	$ctg\frac{2\pi}{3}$
23	$ctg\,120^{\circ}$˚	$\sin\frac{4\pi}{3}$	$\cos 150^{\circ}$˚	$tg\frac{5\pi}{4}$
24	$\sin 330^{\circ}$˚	$tg\,\frac{3\pi}{4}$	$\cos 135^{\circ}$	$ctg\,\frac{11\pi}{6}$
25	$\cos 300$˚ °	$tg\,\frac{4\pi}{3}$	$ctg\,150^{\circ}$˚	$\sin\frac{4\pi}{3}$
26	$\sin 120^{\circ}$	$ctg\,\frac{7\pi}{6}$	$\cos 135^{\circ}$˚	$tg\,\frac{3\pi}{4}$
27	$\cos 150$˚ °	$tg\frac{5\pi}{4}$	$\sin 210^{\circ}$	$ctg\,\frac{2\pi}{3}$
28	$tg\,225^{\circ}$˚	$\sin\frac{5\pi}{3}$	$ctg\,135$˚	$\cos\frac{7\pi}{4}$
29	$\sin 210^{\circ}$˚	$\cos\frac{2\pi}{3}$	$tg\,240^{\circ}$	$ctg\,\frac{11\pi}{6}$
30	$tg\,135^{\circ}$˚	$ctg\,\frac{5\pi}{6}$	$\sin 210^{\circ}$˚	$\cos\frac{3\pi}{4}$
31	$\sin 120^{\circ}$	$tg\frac{7\pi}{4}$	$\cos 150^{\circ}$	$ctg\,\frac{4\pi}{3}$
32	$\cos 135^{\circ}$˚	$ctg\,\frac{11\pi}{6}$	$\sin 210^{\circ}$˚	$tg\,\frac{5\pi}{4}$

2.Задание:

Вариант	**Записать в виде произведения:**	**Вариант**	**Записать в виде произведения:**
1	$\cos 105^{\circ} + \cos 75^{\circ}$	**17**	$\sin\frac{7\pi}{12} - \sin\frac{5\pi}{12}$
2	$\cos\frac{11\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}$	**18**	$\sin 125^{\circ} - \sin 55^{\circ}$
3	$\sin 105^{\circ} - \sin 75^{\circ}$	**19**	$\cos\frac{11\pi}{12} - \cos\frac{7\pi}{12}$
4	$\cos\frac{11\pi}{12} - \cos\frac{5\pi}{12}$	**20**	$\sin\frac{7\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}$
5	$\sin 105^{\circ} + \sin 165^{\circ}$	**21**	$\sin 200^{\circ} + \sin 20^{\circ}$
6	$\sin\frac{7\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}$	**22**	$\cos 274^{\circ} - \cos 86^{\circ}$
7	$\cos 200^{\circ} + \cos 20^{\circ}$	**23**	$\sin\frac{7\pi}{12} + \sin\frac{5\pi}{12}$
8	$\cos\frac{5\pi}{12} + \cos\frac{11\pi}{12}$	**24**	$\cos 204^{\circ} + \cos 24^{\circ}$
9	$\sin 215^{\circ} + \sin 35^{\circ}$	**25**	$\cos 224^{\circ} - \cos 136^{\circ}$
10	$\cos 284^{\circ} - \cos 76^{\circ}$	**26**	$\cos\frac{7\pi}{12} - \cos\frac{5\pi}{12}$

11	$\cos\frac{13\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}$	**27**	$\sin 205° + \sin 25°$
12	$\sin 107°$ - $\sin 73°$	**28**	$\sin\frac{\pi}{12}$ - $\sin\frac{7\pi}{12}$
13	$\cos 205° + \cos 25°$	**29**	$\cos 201°$ - $\cos 159°$
14	$\cos\frac{5\pi}{12}$ - $\cos\frac{11\pi}{12}$	**30**	$\sin 164°$ - $\sin 16°$
15	$\sin 204° + \sin 24°$	**31**	$\cos\frac{7\pi}{12} + \cos\frac{5\pi}{12}$
16	$\cos 295°$ - $\cos 65°$	**32**	$\cos 215° + \cos 35°$

Критерии:
№1 – 4балла
№2 – 2 балла
Итого:
6б – «5»
5б – «4»
3-4б – «3»

Практическая работа № 12

Тема: Решение простейших тригонометрических уравнений

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1. Таблица значений тригонометрических функций

Мера угла	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
	0	$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$	$\boldsymbol{\pi}$	$\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}$	$\boldsymbol{2\pi}$
sin a	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	- 1	0
cos a	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tga	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	----	0	----	0
ctga	-----	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	---	0	----

arccos a – это угол, найденный по значению косинуса

Например: arccos $\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$

arcsin a - это угол, найденный по значению синуса

arctg a - это угол, найденный по значению тангенса

1)cos t = a, a $\in [\![-1;\ 1]\!]$ arccos(- a) = π - arccos a

t_1 = arccos a + 2πn, n∈ Z

t_2 = - arccos a + 2πn, n∈ Z

частные случаи:

1.cost = 1

t = 0 + 2πn, n∈ Z

2.cos t = 0

t = $\frac{\pi}{2}$ + πn, n∈ Z

3.cos t = - 1

t = π= 2πn, n∈ Z

Например, решим уравнение 2cos 3x = 1

Приведем это уравнение к виду **cos t = a**, что бы можно было воспользоваться формулами. Для этого разделим левую и правую части на 2, получим:

cos 3x = $\frac{1}{2}$ в нашем случае t = 3x, a = $\frac{1}{2}$

т.к. $\frac{1}{2} \in [-1; 1]$, то уравнение имеет решение.

Это общий случай, следовательно решений будет два, t_1 и t_2

Запишем формулы решения, подставим в них вместо t и а значения из нашего уравнения и вычислим x:

t_1 = arccos a + 2πn, n∈ Z t_2 = - arccos a + 2πn, n∈ Z

$3x_1$ = arccos $\frac{1}{2}$ + 2πn, n∈ Z $3x_2$ = - arccos $\frac{1}{2}$ + 2πn, n∈ Z

$3x_1 = \frac{\pi}{3}$ + 2πn, n∈ Z | : 3 $3x_2$ = - $\frac{\pi}{3}$ + 2πn, n∈ Z | : 3

$x_1 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$, n∈ Z x_2 = - $\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$, n∈ Z

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$, n∈ Z, x_2 = - $\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$, n∈ Z

2)sin t = a, a $\in [\![-1;\ 1]\!]$ arcsin (- a) = - arcsin a

t_1 = arcsin a+ 2πn, n∈ Z

t_2 = π - arcsin a+ 2πn, n∈ Z

частные случаи:

1.sint = 1

t = $\frac{\pi}{2}$ + 2πn, n∈ Z

2.sin t = 0

t = 0 + πn, n∈ Z

3.sin t = - 1

t = - $\frac{\pi}{2}$ + 2πn, n∈ Z

3)tg t =a arctg (- a) = - arctg a

t = arctg a + πn, n∈ Z

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1) Перечислите свойства функции y = cos x
2) Перечислите свойства функции y = sin x
3) Перечислите свойства функции y = tg x
4)Особенности решения тригонометрического уравнения cos t = a
5) Особенности решения тригонометрического уравнения sint = a
6) Особенности решения тригонометрического уравнения tg t = a

Задания для практического занятия:

Вариант	**Решить уравнение:**	**Вариант**	**Решить уравнение:**
1	1)$\sin 2x = 1$ 2)$2\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ 3)$\mathrm{tg}\ 3x = - 1$	**17**	1)$\sin (x - \frac{\pi}{4}) = - 1$ 2)$2\cos 3x = \sqrt{3}$ 3)$3\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$
2	1)$\cos 4x = 0$ 2)$2\sin (x + \frac{\pi}{3}) = - 1$ 3)$\mathrm{tg}2x = \sqrt{3}$	**18**	1)$\cos(x + \frac{\pi}{6}) = - 1$ 2)$2\sin 2x = \sqrt{2}$ 3)$3\mathrm{tg}\ (x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$
3	1)$\sin (x - \frac{\pi}{4}) = - 1$ 2)$2\cos 2x = \sqrt{3}$ 3)$3\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$	**19**	1)$\sin 3x = 1$ 2)$2\cos(x + \frac{\pi}{3}) - \sqrt{2} = 0$ 3)$\mathrm{tg}\ 3x = - \frac{\sqrt{3}}{3}$
4	1)$\cos(x + \frac{\pi}{6}) = 1$ 2)$2\sin 4x = \sqrt{2}$ 3)$3\mathrm{tg}\ (x - \frac{\pi}{4}) = - \sqrt{3}$	**20**	1)$\cos 2x = 1$ 2)$2\sin (x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} = 0$ 3)$\mathrm{tg}\ 5x = 1$
5	1)$\sin 3x = 0$ 2)$2\cos(x + \frac{\pi}{6}) - \sqrt{2} = 0$ 3)$\mathrm{tg}\ 2x = - \frac{\sqrt{3}}{3}$	**21**	1)$\sin (x - \frac{\pi}{3}) = 0$ 2) $2\cos3x - \sqrt{2} = 0$ 3)$\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = - \sqrt{3}$
6	1)$\cos 2x = - 1$ 2)$2\sin (x - \frac{\pi}{6}) + \sqrt{2} = 0$ 3)$\mathrm{tg}\ 5x = 1$	**22**	1)$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ 2)$\sin3x = - \frac{\sqrt{2}}{2}$ 3)$\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = -1$
7	1)$\sin (x - \frac{\pi}{3}) = 1$ 2) $2\cos3x - 1 = 0$ 3)$\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{6}) = - \sqrt{3}$	**23**	1)$\sin 3x = 0$ 2)$\cos(x + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2} = 0$ 3)$3\mathrm{tg}(x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$
8	1)$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = - 1$ 2)$\sin2x = - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3)$\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{3}) = 1$	**24**	1)$\cos3x = - 1$ 2)$2\sin(x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{3} = 0$ 3)$\mathrm{tg}6x = - \frac{\sqrt{3}}{3}$
9	1)$\sin 3x = - 1$ 2)$\cos(x - \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2} = 0$ 3)$3\mathrm{tg}(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$	**25**	1)$\sin2x = 0$ 2)$\cos(x + \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{2} = 0$ 3)$\mathrm{tg}2x = - 1$

10	1)$\cos3x = 1$ 2)$2\sin(x + \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3} = 0$ 3)$tg5x = - \frac{\sqrt{3}}{3}$	**26**	1)$2\cos(x - \frac{\pi}{6}) – 1 = 1$ 2)$\sin5x = - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3)$tg(x + \frac{\pi}{4}) = 1$
11	1)$\sin(x + \frac{\pi}{3}) = 1$ 2)$\cos3x + \frac{1}{2} = 0$ 3)$tg(x - \frac{\pi}{6}) = 1$	**27**	1)$2\sin(x - \frac{\pi}{4}) – 1 = 1$ 2)$\cos5x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ 3)$3tg(x + \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3} = 0$
12	1)$\cos(x + \frac{\pi}{6}) = 0$ 2)$\sin4x - \frac{1}{2} = 0$ 3)$tg(x + \frac{\pi}{3}) = - \sqrt{3}$	**28**	1)$\cos5x – 2 = - 1$ 2)$2\sin(x + \frac{\pi}{6}) + 1 = 2$ 3)$tg(3x - \frac{\pi}{4}) = 1$
13	1)$\sin 2x = - 1$ 2)$\cos(x + \frac{\pi}{4}) = - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3)$3tg(x - \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$	**29**	1)$\sin(4x - \frac{\pi}{3}) = 0$ 2)$\cos3x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ 3)$tg\ 3x – 2 = - 3$
14	1)$\cos4x = 1$ 2)$\sin(x - \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{2} = 0$ 3)$tg2x – 1 = 0$	**30**	1)$\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = - 1$ 2)$\sin4x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ 3)$3tg(2x - \frac{\pi}{3}) = 3\sqrt{3}$
15	1)$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ 2)$2\cos4x – 1 = 0$ 3)$tg(x + \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}$	**31**	1)$\sin 6x = 1$ 2)$2\cos(x + \frac{\pi}{3}) = 1$ 3)$tg\ 5x = - 1$
16	1)$\cos 5x = 0$ 2)$2\sin (x + \frac{\pi}{4}) = - 1$ 3)$tg3x = \sqrt{3}$	**32**	1)$\cos 7x = 0$ 2)$2\sin (x + \frac{\pi}{4}) = 1$ 3)$tg2x = - \sqrt{3}$

Критерии:
№1 – 3б (формула, решение, ответ)
№2 – 4б (формула, решение, преобразование, ответ)
№3 – 3б (формула, решение, ответ)

Итого:
10б – «5»
8-9б – «4»
5-7б – «3»

Практическая работа № 13

Тема: Решение простейших тригонометрических неравенств

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
3)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Неравенства тригонометрические удобно решать графически, т.е. построим график левой части и график правой части и выберем согласно знаку неравенства нижнюю или верхнюю части графика тригонометрической функции. Чтобы найти границы интервалов, решим соответствующее уравнение.

Так же можно использовать числовую окружность.

Например: решить неравенство cos x $> \frac{1}{2}$

По определению cos x – это абсцисса точки единичной окружности. Чтобы решить данное неравенство, нужно выяснить, какие точки единичной окружности имеют абсциссу, большую $\frac{1}{2}$.

Абсциссу, равную $\frac{1}{2}$ имеют две точки окружности, им соответствуют углы $\frac{\pi}{3}$ и $-\frac{\pi}{3}$ (их можно найти, решив уравнение cos x = $\frac{1}{2}$). Абсциссу, большую $\frac{1}{2}$ имеют все точки единичной окружности, лежащие левее линии косинусов. Т о есть решением это неравенства является множество интервалов $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right)$, n ϵ Z

Задания для практического занятия:

Вариант	Решить неравенство	Вариант	Решить неравенство
1	1)tgx $>$ -1 2)sin 3x $> \frac{\sqrt{3}}{2}$	17	1)sin x $> \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)tg 2x $<$ 1
2	1) sin x $< \frac{1}{2}$ 2)cos 2x $> \frac{1}{2}$	18	1) cos x $> \frac{1}{2}$ 2)sin(x + $\frac{\pi}{6}$) $< \frac{1}{2}$
3	1) cosx $<$ 0 2)tg 3x $<$ 1	19	1) tg x $<$ 1 2)cos(x - $\frac{\pi}{6}$) $<$ 0
4	1) tgx $> \sqrt{3}$ 2)sin(x + $\frac{\pi}{3}$) $< \frac{1}{2}$	20	1) sinx $< \frac{1}{2}$ 2)tg(x + $\frac{\pi}{3}$) $> \sqrt{3}$
5	1) sinx $<$ - $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)cos(x - $\frac{\pi}{4}$) $<$ 0	21	1) cosx $<$ 0 2)sin2x $<$ - $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6	1) cosx $> \frac{1}{2}$ 2)tg(x + $\frac{\pi}{4}$) $> \sqrt{3}$	22	1) tgx $> \sqrt{3}$ 2)cos(x + $\frac{\pi}{3}$) $> \frac{1}{2}$
7	1) tgx $>$ -1 2)sin2x $<$ - $\frac{\sqrt{2}}{2}$	23	1) sin x $<$ - $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2)tg2x $>$ -1
8	1) sin x $< -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2)cos(x + $\frac{\pi}{6}$) $> \frac{1}{2}$	24	1) cos x $> \frac{1}{2}$ 2)sin(x - $\frac{\pi}{6}$) $< -\frac{\sqrt{2}}{2}$
9	1) cosx $< \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)tg2x $>$ 1	25	1) tgx $>$ 1 2)cos4x $< \frac{\sqrt{3}}{2}$

10	1) tgx $> \sqrt{3}$ 2)sin(x - $\frac{\pi}{6}$) $< \frac{\sqrt{2}}{2}$	26	1) sin x $< \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2)tg4x $> \sqrt{3}$
11	1) sinx $> \frac{1}{2}$ 2)cos3x $> \frac{1}{2}$	27	1) cosx $> \frac{1}{2}$ 2)sin4x $> \frac{1}{2}$
12	1) cos x $< \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)tg4x $>$ - 1	28	1) tgx $>$ - 1 2)cos(x + $\frac{\pi}{3}$) $< \frac{\sqrt{3}}{2}$
13	1) tg x $\geq$ - 1 2)sin2x $>$ 0	29	1) sinx $>$ 0 2)tg(x + $\frac{\pi}{4}$) $\geq$ - 1
14	1) sinx $\leq \frac{1}{2}$ 2)cos(x + $\frac{\pi}{6}$) $<$ - $\frac{1}{2}$	30	1) cos x $<$ - $\frac{1}{2}$ 2)sin(x - $\frac{\pi}{6}$) $\leq \frac{1}{2}$
15	1) sin x $> \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)tg2x $<$ - $\sqrt{3}$	31	1) tgx $<$ - $\sqrt{3}$ 2)sin 5x $> \frac{\sqrt{3}}{2}$
16	1) sin x $> \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2)cos 4x $> \frac{1}{2}$	32	1) tgx $>$ -1 2)cos 3x $< \frac{1}{2}$

Критерии:
№1 – 2балла (решение – 1б, ответ – 1б)
№2 – 3балла (решение – 2б, ответ – 1б)

Итого:
5б – «5»
4б – «4»
3б – «3» (а так же, если верно решено первое неравенство)

Практическая работа № 14

Тема: Решение задач на комплексные числа

Тема: Решение простейших тригонометрических уравнений

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Число i будем называть *мнимой единицей* (i – начальная буква французского слова imaginaire – «мнимый»).

Из этого равенства получаем **i =** $\boldsymbol{\sqrt{-1}}$ **.**

Введение мнимой единицы позволит нам теперь извлечь корень квадратных из отрицательных чисел:

$\sqrt{-36} = \sqrt{36 \cdot (-1)} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{-1} = 6i$.

1. Степени мнимой единицы.

Рассмотрим степени мнимой единицы:

$i^1 = i$;

$i^2 = -1$;

$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$;

$i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$;

$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$;

$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$;

$i^7 = i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i$;

$i^8 = i^7 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$;

……………

Видим, что степени числа i повторяются с периодом, равным 4. Пользуясь этим, можно записать правило:

Чтобы вычислить степень числа i , достаточно разделить данный показатель на 4. Целую часть от деления отбросим, а остаток запишем в показатель числа i, получим один из четырех случаев:

$\mathbf{i^0 = 1}$;

$\mathbf{i^1 = i}$;

$\mathbf{i^2 = -1}$;

$\mathbf{i^3 = -i}$.

Например, вычислить i^{135}; i^{24}

Решение: $i^{135} = \{135 : 4 = 23 + \text{остаток } 3\} = i^3 = -i$.

$i^{24} = \{24 : 4 = 6, \text{ остаток } 0\} = i^0 = 1$.

2. Определение комплексного числа.

Комплексные числа – это числа, содержащие в своей записи мнимую единицу.

Существует 4 формы комплексного числа: алгебраическая, геометрическая, тригонометрическая и показательная. Рассмотрим каждую из них.

3.Алгебраическая форма комплексного числа.

Алгебраическая форма – это представление комплексного числа в виде многочлена

a + bi

Определение: Числа вида a + bi, где a и b – действительные числа, a i – мнимая единица, будем называть *комплексными.*

Числа **a** будем называть *действительной* частью комплексного числа, **bi** – *мнимой частью*, b – *коэффициентом при мнимой части.*

Запись комплексного числа в виде a + bi называется *алгебраической формой* комплексного числа.

У действительные и мнимые части:

a + bi = c + di, если a = c, b = d.

Примеры комплексных чисел: (3 + 0,2i); (- 2 + 5i); ($\frac{2}{7}$ – 12i); (-1,6 + $\sqrt{3}$i).

Любое действительное число всегда можно представить в комплексной форме, например:

$6 = 6 + 0i$;
$-4 = -4 + 0i$;
$0 = 0 + 0i$.

4.Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Прежде чем рассматривать действия над комплексными числами, вспомним действия сложения, вычитания и умножения многочленов.

Сложение. Чтобы сложить два многочлена, надо опустить скобки и привести подобные.

$(4 + 2x) + (3 - 5x) = 4 + 2x + 3 - 5x = 7 - 3x$.

Вычитание. Чтобы из одного многочлена вычесть второй многочлен, надо опустить скобки, изменив при этом у каждого слагаемого второго многочлена знак на противоположный, и привести подобные.

$(1 - 4x) - (6 - 2x) = 1 - 4x - 6 + 2x = -5 - 2x$.

Умножение. Чтобы перемножить два многочлена, надо каждое слагаемое одного многочлена умножить на каждое слагаемое другого многочлена и привести подобные.

$(7 - 3x) \cdot (3 + x) = 7 \cdot 3 + 7 \cdot x - 3x \cdot 3 - 3x \cdot x = 21 + 7x - 9x - 3x^2 =$
$= -3x^2 - 2x + 21$.

Прежде чем рассматривать действие деление комплексных чисел, вспомним формулу сокращенного умножения $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$.

Множители $(a + b)$ и $(a - b)$ называются *сопряженными*.

Действия сложения, вычитания и умножения комплексных чисел в алгебраической форме производятся по правилам соответствующих действий над многочленами (раскрытие скобок), с учетом $i^2 = -1$;

Чтобы разделить одно комплексное число на другое, надо:
1) заменить действие деление чертой дроби;
2) умножить числитель и знаменатель дроби на выражение сопряженное знаменателю;
3) привести подобные, учитывая $i^2 = -1$;
4) записать ответ в виде $a + bi$.

Например, пусть $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - i$, найти $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $z_1 : z_2$.

Решение:

$\mathbf{z_1 + z_2} = (2 + 3i) + (1 - i) = 2 + 3i + 1 - i = \mathbf{3 + 2i;}$

$\mathbf{z_1 - z_2} = (2 + 3i) - (1 - i) = 2 + 3i - 1 + i = \mathbf{1 + 4i;}$

$\mathbf{z_1 \cdot z_2} = (2 + 3i) \cdot (1 - i) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-i) + 3i \cdot 1 + 3i \cdot i = 2 - 2i + 3i + 3i^2 =$
$2 - 2i + 3i + 3 \cdot (-1) = 2 - 2i + 3i - 3 = \mathbf{-1 + i;}$

$\mathbf{z_1 : z_2} = \frac{(2+3i)\cdot(1+i)}{(1-i)\cdot(1+i)} = \frac{2+2i+3i+3i^2}{1^2 - i^2} = \frac{2+2i+3i-3}{1-(-1)} = \frac{-1+5i}{2} = \mathbf{-0{,}5 + 2{,}5i}$

5.Геометрическая форма комплексного числа

Комплексному числу $z = a + bi$ на координатной плоскости соответствует точка с координатами $(a;b)$

Например: представить в геометрической форме комплексное число:

$z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 - i$

Решение: числу z_1 соответствует точка (2; 3)

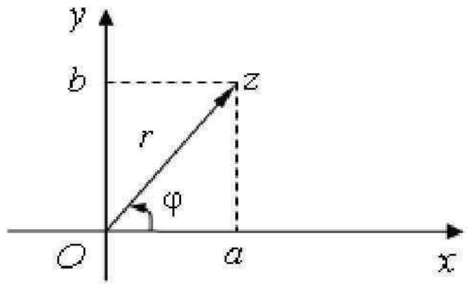
числу z_2 соответствует точка (1; -1)

Так же на координатной плоскости можно изобразить комплексное число в виде радиус-вектора с теми же координатами (a;b)

6. Тригонометрическая форма комплексного числа

Пусть комплексному числу z = a + bi соответствует радиус – вектор $\vec{r} = \overrightarrow{OZ}$.

Длину этого вектора можно найти по формуле $|\vec{r}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ = r – называется **модуль комплексного числа z.**



Этот вектор образует с положительным направлением оси OX некоторый угол φ, который называется **аргументом комплексного числа z.**

Из прямоугольного треугольника находим:

Cos φ = $\frac{a}{r}$, => a = r · cos φ (1.)

Sin φ = $\frac{b}{r}$, => b = r · sin φ (2.)

Подставим равенства (1.) и (2.) в формулу алгебраической формы:

z = a + bi = r · cos φ + r · sin φ · i

z = r · (cos φ + i · sin φ) – тригонометрическая форма комплексного числа z.

Чтобы перейти от показательной формы к тригонометрической, надо в формулу тригонометрической формы вместо r и φ подставить соответственные значения.

Алгоритм перехода от алгебраической формы в тригонометрическую:

1. Найдем модуль комплексного числа z: r = $\sqrt{a^2 + b^2}$.
2. Определим по координатам местоположение точки на окружности.
3. Найти аргумент φ.

Если точка попадает на оси координат, то φ можно определить по координатам, если между осями, то составляем уравнения:

Cos φ = $\frac{a}{r}$ и Sin φ = $\frac{b}{r}$

Выбираем одно и решаем его. В результате решения получаем 2 значения аргумента φ. Выбираем одно из них согласно определенному в пункте 2 местоположению точки.

4.Подставляем найденные значения r и φ в формулу тригонометрической формы.

7.Показательная форма комплексного числа.

В формуле тригонометрической формы **z = r · (cos φ + i · sin φ)** заменим выражение в скобках на степень $e^{\varphi \cdot i}$, получим:

$z = r \cdot e^{\varphi \cdot i}$ – показательная форма комплексного числа z.

Пример: представить комплексное число z = 1 + i в тригонометрической и показательной формах.

Решение:

Числу z = 1 + i соответствует точка Z(1; 1)

1.Найдем модуль: $r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

2.Точка в первой четверти, т.к. обе координаты положительные.

3. $\text{Cos } \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ или $\text{Cos } \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\text{Sin } \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ или $\text{Sin } \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Решим первое уравнение:

$\text{Cos } \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\varphi_1 = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

$\varphi_2 = - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = - \frac{\pi}{4}$

Т.к. точка находится в первой четверти, выбираем $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$

4.Подставим найденные значения r и φ в формулу тригонометрической формы, получим:

$z = \sqrt{2} \cdot (\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{\pi}{4})$

Составим показательную форму для этого числа:

Подставим найденные значения r и φ в формулу показательной формы, получим: $z = \sqrt{2} \cdot e^{\frac{\pi}{4} \cdot i}$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1)Дайте определение понятия мнимой единицы.

2)Как вычислить степень числа i ?

3)Дайте определение комплексного числа.

4)Как изображаются комплексные числа на координатной плоскости?

5)Как выполнить действия сложение (вычитание), умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме?

6)Как представить комплексное число в тригонометрической форме?

7) Как представить комплексное число в показательной форме?

Задания для практического занятия:

Вариант	**Вычислите**	**Выполните действия** а)$z_1 + z_2$; б)$z_1 - z_2$; в)$z_1 \cdot z_2$; г)$z_1 \div z_2$,	**Изобразите геометрически**	**Запишите z_3 в тригонометрической и показательной форме**
1	i^{78940}	$z_1 = 1-2i$; $z_2 = 2 + i$	$z_1 = 1-2i$;	$z_3 = 3-3i$;
2	i^{78533}	$z_1 = 2-4i$; $z_2 = 5 + i$	$z_1 = 2-4i$	$z_3 = \sqrt{3}-i$;

3	i^{34962}	z_1= 3-5i; $z_2 = 2 + i$	z_1= 3-5i;	z_3= 3
4	i^{45675}	z_1= 4-7i; $z_2 = 3 + i$	z_1=4-7i;	z_3= -10
5	i^{56784}	z_1= 7-4i; $z_2 = 1 + 4i$	z_1=7-4i;	z_3= 6i;
6	i^{67893}	z_1= -2i; $z_2 = 9 - 3i$	z_1= -2i	z_3= -5i;
7	i^{78910}	z_1= 6i; $z_2 = 4 - 5i$	z_1= 6i;	z_3= $\frac{\sqrt{3}}{2}$-$\frac{1}{2}$ i
8	i^{89103}	z_1= 10i; $z_2 = 8 - 7i$	z_1= 10i	z_3= $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ i
9	i^{91016}	z_1= -i; $z_2 = 5 - 4i$	z_1= -i	z_3= $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
10	i^{23765}	z_1= 8i; $z_2 = 1 - 6i$	z_1= 8i	z_3= 1-i;
11	i^{72318}	z_1= -2+2i; $z_2 = 3i$	z_1= -2+2i	z_3= -1+i;
12	i^{61327}	z_1 = -3-4i; $z_2 = -8i$	z_1 = -3-4i;	z_3= 2+2i;
13	i^{24600}	z_1= -4+5i; $z_2 = 7i$	z_1= - 4+5i;	z_3= -2-2i;
14	i^{785}	z_1= 5-2i; $z_2 = -4i$	z_1= 5-2i	z_3= -3+3i;
15	i^{853}	z_1= 6+i; $z_2 = 5i$	z_1= 6+i	z_3= $-\sqrt{3}$-i;
16	i^{534}	z_1= 1-2i; $z_2 = 2 + 3i$	z_1= 1-2i;	z_3= -7i
17	i^{535}	z_1= 2+2i; $z_2 = 9i$	z_1= 2+2i;	z_3= 4
18	i^{856}	z_1= -2i; $z_2 = +3i$	z_1= - 2i;	z_3= -5
19	i^{9397}	z_1= i; $z_2 = 7 + 3i$	z_1= i	z_3= -5i;
20	i^{2250}	z_1= 2-i; $z_2 = 2 + i$	z_1= 2-i	z_3= $-\frac{\sqrt{3}}{2}$+$\frac{1}{2}$ i
21	i^{3139}	z_1= $-4i$; $z_2 = 3i$	z_1= $-4i$	z_3= -1+i;
22	i^{1148}	z_1= -2i; $z_2 = i$	z_1= -2i	z_3= $-\frac{\sqrt{3}}{2}$+$\frac{1}{2}$ i
23	i^{75401}	z_1= 2-7i; $z_2 = 1 - 2i$	z_1= 2-7i;	z_3= $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
24	i^{466}	z_1= 1-2i; $z_2 = 1 + 2i$	z_1= 1-2i;	z_3= - 2
25	i^{725}	z_1= 4+2i; $z_2 = 5 - i$	z_1= 4+2i;	z_3= - 8i;
26	i^{78942}	z_1= 1-5i; $z_2 = 3 + i$	z_1= 6i	z_3= 3-3i;
27	i^{78531}	z_1= 4-7i; $z_2 = 1 + i$	z_1= -4+2i	z_3= $\sqrt{3}$-i;
28	i^{34963}	z_1= 2-4i; $z_2 = 1 + 4i$	z_1 = -1-4i;	z_3= 3
29	i^{45674}	z_1= -5i; $z_2 = 2 - 3i$	z_1= - 4+5i;	z_3= -10
30	i^{56785}	z_1= 2i; $z_2 = 3 - 5i$	z_1= 5-i	z_3= 6i;
31	i^{67891}	z_1= 10i; $z_2 = 8 - i$	z_1= 4+i	z_3= -5i;
32	i^{78913}	z_1= -i; $z_2 = 1 - 4i$	z_1=1-2i;	z_3= $\frac{\sqrt{3}}{2}$- $\frac{1}{2}$ i

Критерии:
№1 – 2б
№2 – 5б (1+1+1+2)
№3 – 1б
№4 – 3б (2+1)

Итого:
11б – «5»
8-10б – «4»
6-7б – «3»

Практическая работа № 15

Тема: Вычисление производных элементарных функций.

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Выполнить задание №1 с взаимопроверкой
4)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задание №2, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Производная функции – это предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю. Но вычислять всякий раз такие пределы - довольно трудоемкий процесс. Следовательно, должны существовать какие-то «инструменты», позволяющие облегчить эту задачу. В математике в качестве инструментов выступают различные правила и формулы.

Элементарные функции – это простейшие функции, изучаемые в школьном курсе, такие как: $y = x$, $y = x^n$, $y = a^x$; $y = \ln x$; $y = \log_a x$; $y = \cos x$; $y = \sin x$; $y = tg\ x$; $y = ctg\ x$.

Чтобы вычислить производную любой из этих функций, надо знать формулы дифференцирования. Все они были выведены по определению производной, т.е. с использованием предела.

1.Формулы дифференцирования

1.$(C)' = 0$ 7. $(e^x)' = e^x$

2.$(x)' = 1$ 8. $(\sin x)' = \cos x$

3. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ 9. $(\cos x)' = -\sin x$

4.$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ 10. $(tg\ x)' = \frac{1}{cos^2 x}$

5.$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ 11. $(ctg\ x)' = -\frac{1}{sin^2 x}$

6. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

Во всех формулах в левой части записаны только правые части функции y = f(x), т.е. во всех 11-ти формулах перед знаком « = » записаны только f(x).

1.В первой формуле С – это просто какое – то действительное число. Если функция представлена в виде y = C, то ее производная всегда равно нулю. Например:

1) y = 4, тогда производную будем находить так:

$y' = (4)' = 0$.

2)y = -3 Найдем ее производную:

$y' = (-3)' = 0$

2.Третья формула – это степенная функция.

Вместо показателя n может быть любое действительное число, все равно, производную будем находить только по формуле $n \cdot x^{n-1}$. Например:

1) $y = x^2$

$y' = (x^2)' = 2 \cdot x^{2-1} = 2x$

2) $y = x^{-3}$

$y' = (x^{-3})' = -3 \cdot x^{-3-1} = -3x^{-4}$

3) $y = x^{\frac{2}{3}}$

$$y' = \left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}}$$

3.Четвертая формула – это логарифмическая функция, где а – это некоторое число, $a > 0$ и $\neq 1$. Например:

1)$y = \log_2 x$

$y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 2}$ Напомним, что ln2 – это натуральный логарифм числа 2, вычислять который не требуется.

2) $y = \log_7 x$

$y' = (\log_7 x)' = \frac{1}{x \cdot \ln 7}$

4.Шестая формула – это показательная функции, где а – основание степени, некоторое число. Например:

1)$y= 2^x$

$y' = (2^x)' = 2^x \cdot \ln 2$

2) $y= 1{,}4^x$

$y' = (1{,}4^x)' = 1{,}4^x \cdot \ln 1{,}4$

Обратите внимание, что когда вычисляем производную, обязательно проставляем штрихи у обеих частей формулы функции, а правую часть берем в скобки. Тем самым показываем, что мы выполняем действие дифференцирования.

Примечание:

1) т. к. нет формулы дифференцирования арифметических корней, необходимо корень представить в виде степени с дробным показателем и воспользоваться формулой № 3, например:

$$\left(\sqrt[5]{x^2}\right)' = \left(x^{\frac{2}{5}}\right)' = \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{2}{5}-1} = \frac{2}{5} \cdot x^{-\frac{3}{5}} = \frac{2}{5 \cdot \sqrt[5]{x^3}}$$

2) Т.к. нет формулы дифференцирования дробей $\frac{C}{x^n}$, необходимо представить эту дробь в виде степени с отрицательным показателем и воспользоваться формулой № 3, например:

$$\left(\frac{2}{x^4}\right)' = (2 \cdot x^{-4})' = 2 \cdot (-4) \cdot x^{-4-1} = -8 \cdot x^{-5} = -\frac{8}{x^5}$$

Функция может быть представлена в виде композиции нескольких элементарных функций: в виде суммы(разности), в виде произведения, в виде дроби, или в виде произведения элементарной функции на какое– нибудь число. В этом случае, прежде чем применять формулы, надо воспользоваться правилами дифференцирования.

2.Правила дифференцирования

1. $(u + v - k)' = u' + v' - k'$
2. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
3. $(Cu)' = Cu'$
4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

Например:

1)$y = 5x$

$y' = (5x)' = 5 \cdot (x)' = 5 \cdot 1 = 5$

Здесь мы сначала применили третье правило: вынесли за знак производной множитель 5; а потом воспользовались второй формулой дифференцирования и нашли производную, а затем просто перемножили пять и результат нахождения производной.

2)$y = 2x^3$

$y' = (2x^3)' = 2 \cdot (x^3)' = 2 \cdot 3 \cdot x^{3-1} = 6x^2$

Воспользовались третьим правилом, вынесли за знак производной множитель 2, а затем применили третью формулу дифференцирования.

3) $y = 2\sin x + 3x - 4$

$y' = \left(2\sin x + 3x - 4\right)' = (2\sin x)' + (3x)' - (4)' = 2 \cdot (\sin x)' + 3 \cdot (x)' - (4)' = 2 \cdot \cos x + 3 \cdot 1 - 0 = 2\cos x + 3$

В этом примере функция представлена в виде суммы элементарных функций, поэтому мы сначала применили первое правило дифференцирования (записали производную суммы в виде суммы производных слагаемых), затем применили третье правило (вынесли множители за знак производной), а потом по формулам подставили готовые результаты.

4)$y = 4x^3 \cdot e^x$

$y' = (4x^3 \cdot e^x)' = (4x^3)' \cdot e^x + 4x^3 \cdot (e^x)' = 4 \cdot (x^3)' \cdot e^x + 4x^3 \cdot (e^x)' =$

$= 4 \cdot 3 \cdot x^{3-1} \cdot e^x + 4x^3 \cdot e^x = 12x^2 \cdot e^x + 4x^3 \cdot e^x$

В этом примере функция представлена в виде произведения элементарных функций, поэтому сначала применили второе правило, затем третье, а потом только воспользовались формулами дифференцирования.

4) $y = \frac{x^2}{2x+3}$

$$y' = \left(\frac{x^2}{2x+3}\right)' = \frac{(x^2)' \cdot (2x+3) - x^2 \cdot (2x+3)'}{(2x+3)^2} = \frac{2x \cdot (2x+3) - x^2 \cdot 2}{(2x+3)^2} = \frac{4x^2+6x-2x^2}{(2x+3)^2} = \frac{2x^2+6x}{(2x+3)^2}$$

Здесь функция представлена в виде дроби, в числителе и знаменателе которой элементарные функции. Поэтому мы сначала применили четвертое правило, а затем воспользовались формулами. **Обратите внимание, что в знаменателе не раскрываем квадрат!**

Примечание: «штрих» – это символ математического действия, такой же как «+», «-», « · » и т.д., обозначающий действие дифференцирования. Пренебрежение им является грубейшим нарушением и пропуск его в письменных работах расценивается как ошибка. Будьте внимательны при выполнении задания, смотрите примеры, разобранные в тексте!

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Дайте определение производной с помощью понятия предела.
2.Как называется действие нахождения производной функции?
3.Как найти производную элементарной функции, используя правила и формулы дифференцирования?

Задания для практического занятия:

№1.Вычислить производные следующих функций:

1.а)$y = 13x^4 - 2x + 1$; б)$y = x^3 + 5x - 3$

2.а)y = $\frac{5}{x^3}$ - $\sqrt[5]{x}$; б)y = $\frac{4}{x^2}$ - $\sqrt[7]{x^4}$

3.а)y = 4cosx – 3^x ; б)y = 7lnx + ctgx

4.а)y = x^4 · sinx ; б)y = $3x^2 \cdot \log_2 x$

5.а)y = $\frac{1+4x}{1+x^2}$; б)y = $\frac{x-1}{x^2-1}$

№2.Вычислить самостоятельно производные следующих функций:

Вариант	Вычислить производную функции:	Вариант	Вычислить производную функции:
1	1.y = $2x^5 - x^3 + 1$ 2.y = $\frac{3}{x^4} + \sqrt[6]{x^5}$ 3.y = 4lnx - tgx 4.y = x · cosx 5.y = $\frac{1-2x}{1+x^2}$	**17**	1.y = $\frac{x^6}{6} - 5x + 1$ 2.y = $\frac{5}{x^5} + \sqrt{x}$ 3.y = 2sinx + 3cosx 4.y= $5x^2 \cdot e^x$ 5.y = $\frac{2x^2}{1-2x}$
2	1.y = $4x^2 + x - 2$ 2.y = $\frac{5}{x^2} + \sqrt[3]{x^2}$ 3.y = 2sinx - $\log_3 x$ 4.y = $x^3 \cdot$ lnx 5.y = $\frac{x^2+2}{x^2-1}$	**18**	1.y = $6x^3 - x + 4$ 2.y = $\frac{3}{x^2} + \sqrt[4]{x^5}$ 3.y = 3^x – 2cosx 4.y = $7x^5 \cdot$ lnx 5.y = $\frac{x^3+1}{1+2x}$
3	1.y = $6x^4 + \frac{x^2}{2} - 3$ 2.y = $\frac{1}{x} - \sqrt[4]{x^3}$ 3.y = cosx - $2e^x$ 4.y = x^5 · sinx 5.y = $\frac{4-x}{x^3+1}$	**19**	1.y = $5x^2 - 2x + 1$ 2.y = $\frac{4}{x^4} + 2\sqrt{x}$ 3.y = 3tgx + e^x 4.y = x^3 · sinx 5.y = $\frac{2-x^4}{2+3x}$
4	1.y = $8x^3 - 2x + 4$ 2.y = $\frac{2}{x^4} - \sqrt[5]{x^2}$ 3.y = 3cosx – ctgx 4.y = $2x^2 \cdot \log_4 x$ 5.y = $\frac{3+x^2}{x^3}$	**20**	1.y = $6x^3 + 2x - 3$ 2.y = $\frac{3}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$ 3.y = 4lnx + ctgx 4.y = $12x^2 \cdot \log_2 x$ 5.y = $\frac{x-7}{x^2-1}$
5	1.y = $\frac{x^6}{3} - 5x + 13$ 2.y = $\frac{2}{x^5} + \sqrt{x}$ 3.y = 2sinx + cosx 4.y= $3x^2 \cdot e^x$	**21**	1.y = $4x^4 - 3x + 2$ 2.y = $\frac{8}{x^2} + \sqrt[5]{x^2}$ 3.y = 2^x + 3sinx 4.y = $2x^4 \cdot e^x$

	5.$y = \frac{2x^2}{1-3x}$		5.$y = \frac{2x-3}{x^3-3}$
6	1.$y = 3x^3 – x + 2$ 2.$y = \frac{4}{x^2} + \sqrt[4]{x^5}$ 3.$y = 3^x – 4\cos x$ 4.$y = 2x^5 \cdot \ln x$ 5.$y = \frac{x^3+2}{1+2x}$	**22**	1.$y = x^3 – 30x + 1$ 2.$y = \frac{7}{x^4} - \sqrt[7]{x^2}$ 3.$y = 5\sin x + \text{ctg}x$ 4.$y = 2x^3 \cdot \cos x$ 5.$y = \frac{3-3x}{2x^3}$
7	1.$y = 8x^2 – 2x + 4$ 2.$y = \frac{3}{x^4} + 2\sqrt{x}$ 3.$y = 2\text{tg}x + e^x$ 4.$y = 3x^3 \cdot \sin x$ 5.$y = \frac{2-x^4}{1+3x}$	**23**	1.$y = 3x^3 + x – 2$ 2.$y = \frac{1}{x^5} + 15\sqrt{x}$ 3.$y = 4^x – \ln x$ 4.$y = x^3 \cdot e^x$ 5.$y = \frac{1+x^2}{2+3x}$
8	1.$y = 4x^3 + x – 3$ 2.$y = \frac{4}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$ 3.$y = 3\ln x + \text{ctg}x$ 4.$y = 5x^2 \cdot \log_2 x$ 5.$y = \frac{x-3}{x^2-1}$	**24**	1.$y = 3x^4 – 5x + 1$ 2.$y = \frac{5}{x^4} - \sqrt[8]{x}$ 3.$y = 2\cos x – 5^x$ 4.$y = x^7 \cdot \sin x$ 5.$y = \frac{1+3x}{1+x^3}$
9	1.$y = 5x^4 – 3x + 6$ 2.$y = \frac{7}{x^2} + \sqrt[5]{x^2}$ 3.$y = 2^x + 3\sin x$ 4.$y = 3x^4 \cdot e^x$ 5.$y = \frac{2x-2}{x^3-3}$	**25**	1.$y = 5x^3 - 4x + 3$ 2.$y = \frac{42}{x^2} - \sqrt[7]{x^3}$ 3.$y = 6\ln x + \text{tg}x$ 4.$y = 4x^2 \cdot \log_5 x$ 5.$y = \frac{2x-1}{x^2-3}$
10	1.$y = 2x^3 – 3x + 1$ 2.$y = \frac{6}{x^4} - \sqrt[7]{x^2}$ 3.$y = 2\sin x + \text{ctg}x$ 4.$y = 4x^3 \cdot \cos x$ 5.$y = \frac{1-3x}{2x^3}$	**26**	1.$y = 2x^6 – 4x^3 + 2$ 2.$y = \frac{3}{x^5} + \sqrt[7]{x^5}$ 3.$y = 2\ln x - 3\text{tg}x$ 4.$y = 4x \cdot \cos x$ 5.$y = \frac{3-2x}{1+x^2}$
11	1.$y = 5x^3 + x – 8$ 2.$y = \frac{2}{x^5} + 5\sqrt{x}$ 3.$y = 4^x – \ln x$ 4.$y = x^3 \cdot e^x$ 5.$y = \frac{4+x^2}{2+3x}$	**27**	1.$y = 4x^3 + 2x – 1$ 2.$y = \frac{5}{x^4} + \sqrt[5]{x^2}$ 3.$y = 6\sin x + \log_7 x$ 4.$y = 2x^3 \cdot \ln x$ 5.$y = \frac{x^4+2}{x^2-1}$

12	1.$y = 3x^4 – 2x + 12$ 2.$y = \frac{4}{x^3} - \sqrt[5]{x}$ 3.$y = 2cosx – 3^x$ 4.$y = x^4 \cdot sinx$ 5.$y = \frac{3+4x}{1+ x^2}$	**28**	1.$y = 5x^4 + \frac{x^2}{3} – 2$ 2.$y = \frac{7}{x} - \sqrt[8]{x^3}$ 3.$y = 2cosx - 3e^x$ 4.$y = 3x^3 \cdot sinx$ 5.$y = \frac{4-2x}{x^3+3}$
13	1.$y = 4x^5 – x^3 + 4$ 2.$y = \frac{2}{x^4} + \sqrt[6]{x^5}$ 3.$y = 3lnx - tgx$ 4.$y = x^2 \cdot cosx$ 5.$y = \frac{1-5x}{1+ x^2}$	**29**	1.$y = 8x^2 – 4x + 5$ 2.$y = \frac{3}{x^4} - \sqrt[5]{x^4}$ 3.$y = 8cosx – 2ctgx$ 4.$y = 2x^4 \cdot 3\log_2 x$ 5.$y = \frac{4+ x^2}{x^5}$
14	1.$y = x^2 + 3x – 2$ 2.$y = \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^2}$ 3.$y = 2sinx - \log_2 x$ 4.$y = x^2 \cdot lnx$ 5.$y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$	**30**	1.$y = \frac{x^6}{2} – x + 3$ 2.$y = \frac{5}{x^5} + 3\sqrt{x}$ 3.$y = 2sinx - 4cosx$ 4.$y= 4x^2 \cdot e^x$ 5.$y = \frac{3x^2}{1+3x}$
15	1.$y = 3x^4 + \frac{x^2}{5} – 3$ 2.$y = \frac{4}{x} - \sqrt[4]{x^3}$ 3.$y = cosx - 7e^x$ 4.$y = x^5 \cdot sinx$ 5.$y = \frac{1-x}{x^3+1}$	**31**	1.$y = 2x^9 – x^4 + 3$ 2.$y = \frac{7}{x^4} + \sqrt[8]{x^5}$ 3.$y = 8lnx - 2tgx$ 4.$y = 2x \cdot cosx$ 5.$y = \frac{1-4x}{3+ x^2}$
16	1.$y = 3x^3 – 2x + 1$ 2.$y = \frac{1}{x^4} - \sqrt[5]{x^2}$ 3.$y = cosx – 4ctgx$ 4.$y = x^2 \cdot \log_4 x$ 5.$y = \frac{1+ x^2}{x^3}$	**32**	1.$y = 3x^5 + x – 4$ 2.$y = \frac{5}{x^3} + \sqrt[7]{x^2}$ 3.$y = 2sinx - 3\log_3 x$ 4.$y = x^6 \cdot lnx$ 5.$y = \frac{x^2+5}{x^3-1}$

Критерии:

№1 – 1балл (формулы дифференцирования)

№2 – 3 балла (переход к степеням, формулы дифференцирования, обратный переход)

№3 - 1 балл (формулы дифференцирования)

№4 – 2 балла (правило дифференцирования, формулы дифференцирования)

№5–3балла (правило дифференцирования, формулы дифференцирования, преобразования)

Итого:
10б – «5»
8-9б – «4»
6-7б – «3»

Практическая работа № 16

Тема: Составление уравнений касательных. Нахождение производной сложной функции.

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Производная сложной функции

Говорят: ***сложная функция*** *– это функция от функции.*

И записывают: y = f(g(x)), где x – независимая переменная, g – внутренняя функция, f – внешняя функция.

Иногда сложную функцию записывают в виде **y = f(u)**, где **u = g(x)** – внутренняя функция.

Производная сложной функции равна произведению внешней функции по неизменной внутренней на производную внутренней функции.

Например:
1)y = cos(3x – 5)
Внутренняя: u = 3x-5, ее производная: (3x – 5)′ = 3
Внешняя: f(u) = cos u, ее производная: (cos u)′ = - sin u
Производная: y′=(cos(3x–5))′= - sin u·3 = -sin(3x-5)·3= $\{\text{чтобы не запутаться, вынесем множитель 3 вперед, запишем его перед синусом}\} =$
= - 3 · sin (3x-5)
Итого: y′ = - 3 · sin (3x-5)
2)y = 4^{x^3+2}
Внутренняя: u =$x^3 + 2$, ее производная: $(x^3 + 2)'$ = 3x^2
Внешняя: f(u) = 4^u, ее производная: (4^u)′ = 4^u · ln 4
Производная: y′= $(4^{x^3+2})'$ =4^u · ln 4·3x^2 = 4^{x^3+2}· ln 4 · 3x^2 = 4^{x^3+2}·3x^2 · ln 4
3)y = $\ln x^4$
Внутренняя: u =x^4, ее производная: $(x^4)'$ = 4x^3
Внешняя: f(u) =$\ln u$, ее производная: $(\ln u)' = \frac{1}{u}$
Производная: y′= $(\ln x^4)' = \frac{1}{u}$ ·4x^3 = $\frac{1}{x^4}$ · 4x^3 = $\frac{4x^3}{x^4} = \frac{4}{x}$

3.Уравнение касательной

Если функция задана аналитически (формулой), то зная координату x точки касания, можно найти уравнение касательной, проведенной к графику этой функции в указанной точке.

Касательная – это прямая.

График любой линейной функции вида **у = кх + в** – то же прямая, следовательно, для любой касательной существует соответствующая функция **у= кх + в** (1.).

Пусть эта касательная проведена к графику функции **у = f(х)** в точке с абсциссой $\mathbf{x=x_0}$

Тогда значение этой функции в точке $\mathbf{x=x_0}$ равно $\mathbf{y = f(x_0)}$(2.).

к – это угловой коэффициент касательной.

Согласно геометрическому смыслу производной, $\mathbf{к = f'(x_0)}$ (3.)

Подставим равенства (2.), (3.) и $\mathbf{x=x_0}$ в равенство (1.), получим:

$\mathbf{f(x_0) = f'(x_0)\cdot x_0 + в}$

Из этого равенства выразим в:

$\mathbf{в = f(x_0) - f'(x_0)\cdot x_0}$ (4.)

Подставим равенства (4.) и (3.) в (1.), получим:

$\mathbf{y = f'(x_0)\cdot x + f(x_0) - f'(x_0)\cdot x_0}$

Приведем подобные:

$\mathbf{y = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)}$ (5.)

Равенство (5.) называется **общим уравнением касательной.**

<u>Алгоритм составления уравнения касательной к графику заданной функции:</u>

Пусть дана функция **у = f(х),** и $\mathbf{x=x_0}$ **–** абсцисса точки касания.

Чтобы составить уравнение касательной, нужно:

1)Найти $\mathbf{f(x_0)}$ **–** значение функции в точке $\mathbf{x = x_0}$**;**

2)Найти **f′(х) –** производную функции **у = f(х);**

3)Найти $\mathbf{f'(x_0)}$ – значение производной функции в точке $\mathbf{x = x_0}$**;**

4)Подставить $\mathbf{x_0}$**,** $\mathbf{f(x_0)}$**,** $\mathbf{f'(x_0)}$ в общее уравнение касательной (5.);

5)Записать результат в виде **у = кх + в.**

Пример 1.Найти уравнение касательной к графику функции $y = 3x^4 - x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = - 1$.

Решение:

1) $\mathbf{f(x_0)} = f(- 1) = 3\cdot(- 1)^4 - (- 1) + 2 = 3 \cdot 1 + 1 + 2 = 6$
2) $\mathbf{f'(x)} = (3x^4 - x + 2)' = 12x^3 - 1$
3) $\mathbf{f'(x_0)} = f'(- 1) = 12\cdot(- 1)^3 - 1 = 12\cdot (- 1) - 1 = - 12 - 1 = - 13$
4) $y = 6 - 13\cdot (x - (- 1))$

Раскроем скобки и приведем подобные:

$y = 6 - 13\cdot (x + 1) = 6 - 13x -13 = - 13x - 7$

5) $y = -13x - 7$ – искомое уравнение касательной.

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Дайте определение производной с помощью понятия предела.
2. Каков геометрический смысл производной?
3. Запишите общее уравнение касательной к графику функции в точке касания.
4. Какая функция называется сложной?
5. Как найти производную сложной функции.

Задания для практического занятия:

Вариант 1.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = -3x^2 + x^3 - 2$, если $x_0 = 1$.

2. Найти производную функции:

1)$y = \sin(3x+4)$

2)$y = \cos^4 x$

3)$y = (2x^3 - 1)^5$

Вариант 2.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 7x^5 + 2x - 1$, если $x_0 = 0$.

2. Найти производную функции:

1)$y = \ln(2x - 6)$

2) $y = e^{7x + 2}$

3)$y = (5x^2 - 8)^6$

Вариант 3.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 4x^6 - 3x^2 + 5$, если $x_0 = 1$.

2. Найти производную функции:

1)$y = 4^{1 - x}$

2)$y = \cos(3 - 4x^3)$

3)$y = (2x^2 + 1)^4$

Вариант 4.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^5 - x^4 + 3$, если $x_0 = -2$.

2. Найти производную функции:

1)$y = (1 - 3x)^7$

2)$y = \log_2(3x + 5)$

3)$y = \sin^3 x$

Вариант 5.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^3 + x^2 - 4$, если $x_0 = 2$.

2.Найти производную функции:

1)$y = e^{5x - 3}$

2)$y = \ln x^5$

3)$y = (1 - 6x^2)^3$

Вариант 6.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 6x^3 + 2x^2 + x$, если $x_0 = 1$.

2.Найти производную функции:

1)$y = (4x^5 – 2)^4$
2)$y = \sin(6x^5)$
3)$y = 3^{7x – 4}$

Вариант 7.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 5x^3 - x - 4$, если $x_0 = 2$.
2. Найти производную функции:
1)$y = \cos^5 x$
2)$y = (2 – 4x^3)^2$
3)$y = 6^{1 – 5x}$

Вариант 8.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 7x^2 – x^3 + 1$, если $x_0 = 1$.
2.Найти производную функции:
1)$y = \ln^2 x$
2)$y = (1 + 3x^4)^3$
3)$y = tg5x$

Вариант 9.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 6x^5 – x^2 - 2$, если $x_0 = 0$.
2.Найти производную функции:
1)$y = \cos 3x$
2)$y = e^{7x – 2}$
3)$y = (2x^5 + 5)^4$

Вариант 10.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 3x^5 – x^4 + x$, если $x_0 = 1$.
2.Найти производную функции:
1)$y = 3^{1 – 4x}$
2)$y = (4 – 2x)^7$
3)$y = \ln(3x + 2)$

Вариант 11.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^4 - x^2 + 3$, если $x_0 = 3$.

2.Найти производную функции:

1)$y = ctg4x$

2)$y = (1 – 3x^4)^5$

3)$y = tg^3x$

Вариант 12.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 5x^4 - x^2 + x + 1$, если $x_0 = 0$.

2.Найти производную функции:

1)$y = 5^{2x- 3}$

2)$y = \ln^3x$

3)$y = (7x + 2)^4$

Вариант 13.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^4 - x^2 + 1$, если $x_0 = 0$.

2.Найти производную функции:

1)$y = (3x^5 – 4)^3$

2)$y = \sin(6x – 1)$

3)$y = e^{2x + 6}$

Вариант 14.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^5 + 3x – 1$, если $x_0 = 0$.

2.Найти производную функции:

1)$y = (2x^8 + 3)^3$

2)$y = 4^{1 + 5x}$

3)$y = \cos^5x$

Вариант 15.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 4x^4 - 3x^2 - 5$, если $x_0 = 1$.

2.Найти производную функции:

1)$y = \log_2(3x^2 + 2)$

2)$y = e^{1 – 4x}$

3)$y = \sin^4x$

Вариант 16.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 4$, если $x_0 = 0$.

2.Найти производную функции:

1)$y = \ln 5x^3$
2)$y = (3x^2 - 1)^5$
3)$y = \cos(2^x)$

Вариант 17.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^3 + 4x^2 + x$, если $x_0 = 1$.
2.Найти производную функции:
1)$y = (2 + 6x)^4$
2)$y = e^{1 + 3x}$
3)$y = \ln(\sin x)$

Вариант 18.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 5x^3 - 2x - 2$, если $x_0 = 2$.
2.Найти производную функции:
1)$y = 2^{5x + 2}$
2)$y = \mathrm{tg}(1 - 2x)$
3)$y = (4x^3 - 2)^6$

Вариант 19.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 5x^2 - 2x^3 + 1$, если $x_0 = 1$.
2.Найти производную функции:
1)$y = 7^{4 - 5x}$
2)$y = (5x^2 - 4)^3$
3)$y = \sin^5 x$

Вариант 20.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 6x^5 - 3x^2 - 2$, если $x_0 = 0$.
2.Найти производную функции:
1)$y = 3^{9 - 2x}$
2)$y = \mathrm{ctg}(6x + 1)$
3)$y = (4x^2 - 2)^5$

Вариант 21.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^5 + 3x - 4$, если $x_0 = -1$.
2.Найти производную функции:
1)$y = e^{1 - 4x}$
2)$y = \cos(6x - 3)$
3)$y = (3 - 2x^5)^3$

Вариант 22.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^5 – x^4 + 1$, если $x_0 = 0$.

2.Найти производную функции:

1)$y = tg3x$

2)$y = (4 + 3x^2)^4$

3)$y = \ln^4 x$

Вариант 23.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 4x^3 + x^2 - 3$, если $x_0 = 1$.

3.Найти производную функции:

1)$y = \sin(1 + 7x)$

2)$y = (2x^6 – 4)^3$

3)$y = \ln(\cos x)$

Вариант 24.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^5 + 3x^2 - 2$, если $x_0 = 0$.

2.Найти производную функции:

1)$y = e^{2x – 7}$

2)$y = \log_3(3-5x^3)$

3)$y = tg(\ln x)$

Вариант 25.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^5 – x^2 - 2$, если $x_0 = 1$.

2. Найти производную функции:

1)$y = (12 + 3x^2)^6$

2)$y = \ln(x^3 – 1)$

3)$y = 3^{1 + 4x}$

Вариант 26.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = -3x^2 + x^3 – 2$, если $x_0 = -1$.

2. Найти производную функции:

1)$y = 4^{2 – x}$

2)$y = \cos(1 – 4x^3)$

3)$y = (3x^2 + 1)^5$

Вариант 27.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 7x^5 + 2x - 1$, если $x_0 = 2$.

2. Найти производную функции:

1)$y = (1 - 2x)^4$

2)$y = \log_2(4x + 5)$

3)$y = \sin^6 x$

Вариант 28.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 4x^6 - 3x^2 + 5$, если $x_0 = 3$.

2.Найти производную функции:

1)$y = e^{4x - 5}$

2)$y = \ln x^7$

3)$y = (1 - 5x^2)^4$

Вариант 29.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^5 - x^4 + 3$, если $x_0 = -3$.

2.Найти производную функции:

1)$y = (3x^5 - 6)^7$

2)$y = \sin(4x^3)$

3)$y = 2^{7x - 2}$

Вариант 30.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 2x^3 + x^2 - 4$, если $x_0 = -2$.

2. Найти производную функции:

1)$y = \cos^7 x$

2)$y = (1 - 4x^3)^5$

3)$y = 6^{1 - 4x}$

Вариант 31.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = 7x^5 + 4x^3 - 5$, если $x_0 = -1$.

2. Найти производную функции:

1)$y = \sin(2x+7)$

2)$y = \cos^9 x$

3)$y = (6x^2 - 2)^4$

Вариант 32.

1.Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^4 + 3x^5 - 1$, если $x_0 = 1$.

2. Найти производную функции:

1)y = $\ln(7x - 3)$

2) y = $e^{6x + 1}$

3)y = $(2x^5 - 4)^7$

Критерии оценивания:

№1 – 3б (нахождение производной функции – 1б, нахождение значений функции и ее производной в точке – 1б, подстановка значений в формулу и ответ – 1б)

№2 – 6б (по2б за задание: производная внутренней функции, производная внешней функции)

9б – «5»

7-8б – «4»

5-6б – «3»

Практическая работа № 17

Тема: Исследование функции на монотонность и экстремумы

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

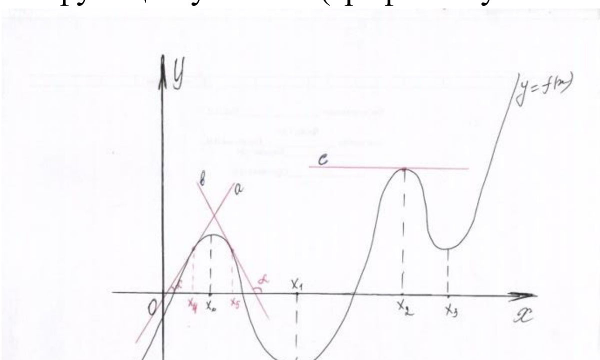
2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий

4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Монотонность функции – это промежутки возрастания и убывания функции, а точнее, это промежутки оси OX, на которых функция возрастает (график поднимается вверх при движении по оси OX вправо) и промежутки оси OX, на которых функция убывает (график опускается вниз).



1)Рассмотрим один из промежутков возрастания, например, (- ∞; x_0).

Выберем на этом промежутке какую- нибудь точку, например x_4, и проведем через нее касательную к графику рассматриваемой функции. Видим, что угол α, который образовывает касательная с положительным направление оси OX, острый, т.е. меньше, чем 90º (в радианах, меньше, чем $\frac{\pi}{2}$). Если мы возьмем любую другую точку из этого же интервала, то все равно, касательная будет образовывать с ОХ острый угол.

Если на некотором интервале функция возрастает, то производная, вычисленная в любой точке этого интервала положительна.

Это утверждение справедливо и в обратную сторону: если производная, вычисленная в любой точке некоторого интервала положительна, то функция на этом интервале возрастает.

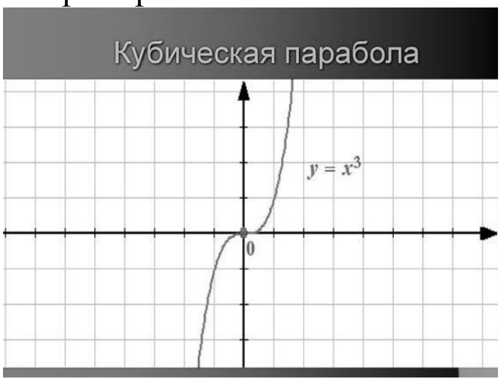
Если на некотором интервале функция убывает, то производная, вычисленная в любой точке этого интервала отрицательна.

Это утверждение справедливо и в обратную сторону: если производная, вычисленная в любой точке некоторого интервала отрицательна, то функция на этом интервале убывает.

Вывод: в точках экстремума производная равна нулю.

Но, в отличии от двух предыдущих случаев, здесь обратное утверждение не работает: из того, что производная в некоторой точке равна 0, еще не следует, что данная точка будет являться экстремумом.

Например:



Найдем производную этой функции и вычислим ее значение в точке ноль:

$f\,'(x^3) = 3 \cdot x^2$

$f\,'(0) = 3 \cdot 0^2 = 0$

Производная в точке ноль равно нулю, но если посмотреть на график функции, то видим, что x = 0 не является экстремумом (функция до нуля возрастала и после нуля то же возрастает).

Но, учитывая все рассмотренные случаи, можно вывести алгоритм для исследования функции на монотонность и экстремумы.

Алгоритм:

Пусть дана функция y = f(x)

1) Найдем D(f) – область определения функции.
2) Найдем f ′(x) - производную функции.
3) Решим уравнение f ′(x) = 0, то есть найдем точки, в которых производная равна нулю (такие точки называются *критические* или *особые*).
4) Разобьем область определения найденными точками на интервалы
5) Определим знак производной на каждом интервале (точно так же, как определяли знаки, когда решали неравенства методом интервалов. **Не путать: проверяем знак производной, а не самой функции!!!**)

- Если «+», то функция на этом интервале возрастает; если «-», то функция на этом интервале убывает.

- Если при переходе через *особую* точку производная меняет знак с «+» на «-», то эта точка – Xmax; если при переходе через точку производная меняет знак с «-» на «+», то эта точка – Xmin; если смены знаков нет, то точка экстремумом не является.

6)Записать ответ.

Пример:

Исследовать на монотонность и экстремумы функцию $y = x^3 - 3x^2$

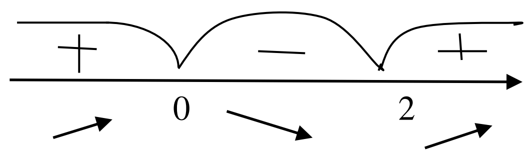
Решение:

1) $D(f)$: $x \in (-\infty; +\infty)$

2) $f'(x) = (x^3 - 3x^2)' = 3x^2 - 6x$

3) $3x^2 - 6x = 0$
   $x^2 - 2x = 0$
   $x \cdot (x - 2) = 0$
   $x = 0;\quad x = 2$

4)



Ответ:
$f(x)$ ↘, при $x \in (0; 2)$
$f(x)$ ↗, при $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$
Экстремумы: Xmax = 0,   Xmin = 2

Будьте внимательны при определении знаков производной: возможно повторение знаков в соседних интервалах! Вспомните, как определяли знаки, решая неравенства методом интервалов!

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1.Назовите свойства функции, если ее производная:

1) положительна на данном промежутке;

2) отрицательна на данном промежутке;

3) обратилась в нуль в данной точке, а при переходе через нее сменила знак с «+» на «-»;

4) обратилась в нуль в данной точке, а при переходе через нее сменила знак с «-» на «+»;

5) имеет экстремум в данной точке;

2.Как с помощью производной исследовать функцию на монотонность и экстремум?

Задания для практического занятия:

Вариант	**Задача:** Исследовать функцию на монотонность и	**Вариант**	**Задача:** Исследовать функцию на монотонность и

	экстремумы		экстремумы
1	1. $y = 4x^5 – 5x^4 + 1$ 2. $y = \frac{2}{x+1}$	**17**	1. $y = 4x^5 – 5x^4 + 4$ 2. $y = \frac{1}{x+9}$
2	1. $y = 6x^4 – 4x^6 - 2$ 2. $\mathbf{y = \frac{1}{3+x}}$	**18**	1. $y = 6x – 2x^3 + 10$ 2. $y = \frac{2}{8-x}$
3	1. $y = 3x^4 – 4x^3 +3$ 2. $y = \frac{3}{x-1}$	**19**	1. $y = 3x – x^3 + 12$ 2. $y = \frac{3}{x+10}$
4	1. $y = x^3 – 3x^2 - 9$ 2. $y = \frac{4}{x-2}$	**20**	1. $y = 6x^4 – 4x^6 + 2$ 2. $y = \frac{4}{x-9}$
5	1. $y =6x – 2x^3 + 13$ 2. $y = \frac{5}{x+4}$	**21**	1. $y = 4x^5 – 5x^4 - 7$ 2. $y = \frac{5}{x-10}$
6	1. $y = 3x – x^3 + 7$ 2. $y = \frac{6}{x+5}$	**22**	1. $y = x^3 – 3x^2 - 15$ 2. $y = \frac{1}{5-x}$
7	1. $y = 6x^4 – 4x^6 - 13$ 2. $y = \frac{7}{4-x}$	**23**	1. $y = 6x^4 – 4x^6 + 8$ 2. $y = \frac{2}{10-x}$
8	1. $y = 4x^5 – 5x^4 - 5$ 2. $y = \frac{8}{x-3}$	**24**	1. $y = 4x^5 – 5x^4 - 6$ 2. $y = \frac{5}{x-11}$
9	1. $y = 3x – x^3 + 11$ 2. $y = \frac{9}{x-5}$	**25**	1. $y = 6x^4 – 4x^6 + 15$ 2. $y = \frac{3}{x+12}$
10	1. $y = 3x^4 – 4x^3 + 5$ 2. $y = \frac{1}{x + 6}$	**26**	1. $y = 3x – x^3 - 3$ 2. $y = \frac{1}{11-x}$
11	1. $y = 3x – x^3 + 14$ 2. $y = \frac{2}{x-6}$	**27**	1. $y = 6x^4 – 4x^6 – 11$ 2. $y = \frac{2}{1-x}$
12	1. $y = 6x – 2x^3 - 1$ 2. $y = \frac{3}{7-x}$	**28**	1. $y = 3x^4 – 4x^3 – 9$ 2. $y = \frac{6}{12-x}$
13	1. $y = 6x^4 – 4x^6 - 14$ 2. $y = \frac{4}{x+8}$	**29**	1. $y = x^3 – 3x^2 - 10$ 2. $y = \frac{5}{3+x}$

14	1. $y = 3x^4 - 4x^3 - 4$ 2. $y = \frac{5}{6-x}$	**30**	1. $y = 6x - 2x^3 - 8$ 2. $y = \frac{1}{4+x}$
15	1. $y = x^3 - 3x^2 - 12$ 2. $y = \frac{6}{x-8}$	**31**	1. $y = 3x - x^3 + 6$ 2. $y = \frac{7}{5+x}$
16	1. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$ 2. $y = \frac{5}{x-2}$	**32**	1. $y = 6x - 2x^3 + 2$ 2. $y = \frac{2}{1-x}$

Критерии: за каждую функцию:
- верно найдена D(f) – 0, 5б
- верно найдена производная – 0,5б
- верно решено уравнение – 1б
- верно выполнен чертеж – 1б
- верно записаны результаты исследования – 1б

Итого:
8б – «5»
6-7б – «4»
4-5 – «3»

Практическая работа № 18

Тема: Построение графиков функций по исследованию с помощью производной

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Алгоритм:

1. Найдем область определения функции
2. Определить четность функции
   f(-x) = f(x) – четная (график симметричен относительно оси ОУ)
   f(-x) = -f(x) – нечетная (график симметричен относительно начала координат)
3. Найдем точки пересечения графика функции с осями координат:
   с осью ОХ: y = 0 (решаем уравнение, если возможно)
   с осью ОУ: x = 0
4. Исследуем функцию на монотонность и экстремумы
5. Найдем значения функции в точках экстремума и перегиба
6. Отметим полученные в пунктах 3 и 5 точки на координатной плоскости
7. Соединим плавной линией отмеченные точки
8. Проверим поведение функции по таблице из пункта 4 и если необходимо, возьмем дополнительные точки
9. Построим график функции

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1.Что такое область определения функции?
2.Как определить вид функции (четная, нечетная)?
3.Чем поможет при построении графика тот факт, что функция является четной?
4.Чем поможет при построении графика тот факт, что функция является нечетной?
5.Как исследовать функцию на монотонность и экстремум?
6.Как построить график функции по исследованию?

Задания для практического занятия:

Построить график функции по исследованию с помощью производной:

Вариант		**Вариант**	
1	а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$	**2**	а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$; б) $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-5}$;
3	а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{1}{3}$; б) $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-5}$;	**4**	а) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$; б) $f(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$;
5	а) $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 12$; б) $f(x) = \frac{1+x^2}{x+2}$;	**6**	а) $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3}$; б) $f(x) = \frac{4-x^2}{x-1}$;
7	а) $y = x^3 - 3x + 2$ б) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$	**8**	а) $y = x^4 - 2x^2 - 3$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+3}$
9	а) $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ б) $f(x) = \frac{x^2-4}{2x-3}$	**10**	а) $y = 3x - x^3$ б) $f(x) = \frac{x^2}{3x-2}$
11	а) $y = x^3 - 3x$ б) $f(x) = \frac{x^2}{5x+2}$	**12**	а) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - \frac{1}{3}$ б) $f(x) = \frac{x^2}{4x+1}$
13	а) $y = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{3}$ б) $f(x) = \frac{x^2-9}{x-1}$	**14**	а) $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 3$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+5}$
15	а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ б) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+3}$	**16**	а) $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-4}$
17	а) $y = -x^3 + 3x - 1$ б) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+5}$	**18**	а) $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ б) $f(x) = \frac{x^2}{3x-5}$
19	а) $y = x^3 - 3x^2 + 6$ б) $f(x) = \frac{x^2}{3x+7}$	**20**	а) $y = 2x^3 + 3x^2 + 2$ б) $f(x) = \frac{x^2+2}{2x-7}$
21	а) $y = -2x^3 - 3x^2 - 2$	**22**	а) $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 2$

	б) $f(x) = \frac{x^2+3}{2x-1}$		б) $f(x) = \frac{x^2+1}{x-4}$
23	а) $y = x^3-6x^2+9x+1$ б) $f(x) = \frac{4-x^2}{x-4}$	**24**	а) $y = -x^3-9x^2-24x-12$ б) $f(x) = \frac{9-x^2}{x+2}$
25	а) $y = -x^3+3x^2-5$ б) $f(x) = \frac{1-x^2}{x-3}$	**26**	а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$
27	а) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3;$ б) $f(x) = \frac{4-x^2}{x-1};$	**28**	а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{3x-5};$
29	а) $y = x^4 - 2x^2 - 3$ б) $f(x) = \frac{x^2}{3x-2}$	**30**	а) $y = x^3 + 9x^2 + 24x + 12;$ б) $f(x) = \frac{x^2-4}{2x-3}$
31	а) $y = 2x^3+3x^2+2$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-4}$	**32**	а) $y = x^3 - 3x$ б) $f(x) = \frac{x^2}{5x+2}$

Критерии: за каждый график:
- область определения – 0,5б
- вид функции – 0,5б
- точки пересечения графика с осями координат – 1б
- исследование на монотонность и экстремумы – 2б(вычисления, чертеж)
- нахождение значений функции в найденных точках – 1б
- построение графика – 1б

Итого:
11-12б – «5»
9 – 10 б – «4»
6-8б – «3»

Практическая работа № 19

Тема: Вычисление неопределенных интегралов

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Первооьразная, неопределенный интеграл

В математическом анализе мы рассматривали действие дифференцирования (нахождение производной функции). Для дифференцирования то же существует обратное действие – **интегрирование**. Это действие восстановления функции по заданной производной. Функция, восстановленная по заданной производной, называется **первообразная** (перво**о**´бразная). От слова «первый образ», то есть то, что было в начале.

Первообразную принято обозначать заглавной буквой F: y = F(x)

Действие восстановления функции до конца провести нельзя из-за возможного наличия в первообразной некоторого числа (обозначим его С), производная от которогшо равна нулю.

То есть восстанавливая функцию, мы находим не одну первообразную, а множество, которые будут отличаться друг от друга на какое-то слагаемое С.

Множество первообразных для одной функции называется **неопределенным интегралом** (интеграл – потому что мы выполняем действие интегрирования, неопределенный – потому, что это действие до конца не определено из-за наличия постоянного числа С) и обозначается:

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$$

$\int$ −знак действия интегрирования

f(x) – заданная производная (подынтегральная функция)

dx – дифференциал по переменной x (в вычислении не участвует, но показывает, по какой переменой была взята производная) **Пренебрегать им нельзя!**

Для вычисления интегралов, надо знать правила и формулы интегрирования.

2.Правила интегрирования.

1.$\int (u + v - k)dx = \int udx + \int vdx$ - $\int kdx$

(Интеграл от суммы равен сумме интегралов слагаемых)

2.$\int m \cdot udx = m \cdot \int udx$, где m- число

(Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла)

3. $(\int f(x)dx)^1 = (F(x) + C)' = f(x)$

(Производная от интеграла равна подынтегральной функции)

Для вычисления интегралов будем пользоваться первыми двумя правилами, а для проверки – третьим.

Обратите внимания, что правил для интегрирования произведений и дробей нет!

3.Формулы интегрирования

1. $\int dx = x + C$.
2. $\int mdx = mx + C$, где m – постоянный множитель (число)
3. $\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
4. $\int e^x dx = e^x + C$
5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$
6. $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$
7. $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$
8. $\int \cos x\, dx = \sin x + C$
9. $\int \frac{dx}{cos^2 x} = tg\, x + C$
10. $\int \frac{dx}{sin^2 x} = -ctg\, x + C$

Эти формулы еще называют **таблицей интегралов**, а сами интегралы – **табличными.**

Что бы вычислить любой интеграл, необходимо свести его к одному или нескольким табличным!

Например: $\int x^4 \cdot dx$ = (интеграл табличный – вычислим его по формуле №3) $= \frac{x^{4+1}}{4+1} + C = \frac{x^5}{5} + C$

Сделаем проверку: найдем производную от полученной первообразной, если мы вычислили правильно, то должны получить подынтегральную функцию:

$\left(\frac{x^5}{5} + C\right)' = \frac{5 \cdot x^4}{5} + 0 = x^4$. Получили подынтегральную функцию, значит интеграл вычислили правильно.

Обратите внимания, что формул для интегрирования корней и дробей вида $\frac{C}{x^n}$ – то же нет! Здесь так же, как и для производных, надо будет сначала воспользоваться свойствами степеней: $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ и $\frac{C}{x^n} = C \cdot x^{-n}$

Например:

1) $\int \sqrt[5]{x^2} \cdot dx$ – это интеграл не является табличным, но мы можем его свести к табличному интегралу №3, если воспользуемся свойством степеней:

$\int \sqrt[5]{x^2} \cdot dx = \int x^{\frac{2}{5}} \cdot dx$ = (теперь он табличный, вычисляем его по формуле №3) $= \frac{x^{\frac{2}{5}+1}}{\frac{2}{5}+1} + C = \frac{x^{\frac{7}{5}}}{\frac{7}{5}} + C = \frac{5 \cdot \sqrt[5]{x^7}}{7} + C$

2) $\int \frac{dt}{t^3}$ = (это интеграл не является табличным, но мы можем его свести к табличному интегралу №3, если воспользуемся свойством степеней) = $\int \frac{1}{t^3} \cdot dt = \int t^{-3} \cdot dt =$
$= \frac{t^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{2t^2} + C$

3) $\int (2x + 1) \cdot dx =$ (интеграл не табличный, но подынтегральная функция записана в виде суммы, воспользуемся правилом №1) = $\int 2x \cdot dx + \int 1 \cdot dx =$ (получили два интеграла, н они то же еще не табличные. Вынесем у первого за знак интеграла множитель 2, согласно правилу №2, а у второго перемножим 1 и dx) = $2\int x \cdot dx + \int dx$ = (вот теперь они оба табличные: первый – формула №3, второй – формула №1) = $\frac{2x^2}{2} + x + C$ = (C пишем только один раз) = $x^2 + x + C$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Что такое первообразная данной функции?
2. Что называют неопределенным интегралом данной функции?
3. Каковы основные правила интегрирования?
4. Как из формул дифференцирования получают формулы интегрирования?
5. Как проверить, правильно ли найден интеграл?

Задания для практического занятия:

Вариант	**Вычислить интеграл:**	**Вариант**	**Вычислить интеграл:**
1	1) $\int x^2\,dx$ 2) $\int 2\sin x \cdot dx$	**17**	1) $\int 5^x\,dx$ 2) $\int 3\cos x \cdot dx$

	3) $\int(4x^3 + x - 3)$dx 4) $\int\left(\frac{2}{x^4} - \frac{5}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[3]{x} + \cos x - 6^x\right)$dx		3) $\int(x^9 - 2x + 5)$dx 4) $\int\left(\frac{3}{x^4} - \frac{6}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^5} + 4e^x - 3^x\right)$dx
2	1) $\int e^x\,dx$ 2) $\int 3x^4$ dx 3) $\int(3x^2 + 5x - 1)$dx 4) $\int\left(\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[4]{x^3} + 2\sin x - \cos x\right)$dx	**18**	1) $\int\frac{dx}{x}$ 2) $\int 5x^3\,dx$ 3) $\int(3x^4 + 0{,}2x - 8)$dx 4) $\int\left(\frac{3}{x^5} + \frac{4}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^2} + 5^x - 3\sin x\right)$dx
3	1) $\int x^5\,dx$ 2) $\int 2e^x\,dx$ 3) $\int(5x^4 - 2x + 12)$dx 4) $\int\left(\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^3} + 2^x - 3\cos x\right)$dx	**19**	1) $\int x^{15}\,dx$ 2) $\int 6\sin x\cdot dx$ 3) $\int(3x^5 - x + 7)$dx 4) $\int\left(\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^6} + 9^x - 4\cos x\right)$dx
4	1) $\int\cos x\cdot dx$ 2) $\int 3x^2\,dx$ 3) $\int\left(6x^5 - \frac{1}{2}x + 1\right)$dx 4) $\int\left(\frac{12}{x^2} + \frac{3}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^2} + e^x - 5\sin x\right)$dx	**20**	1) $\int 6^x\,dx$ 2) $\int 5\cos x\cdot dx$ 3) $\int(7x^4 - 3x + 14)$dx 4) $\int\left(\frac{9}{x^3} + \frac{5}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^5} + 4e^x - 2\sin x\right)$dx
5	1) $\int x^6\,dx$ 2) $\int 3\sin x\cdot dx$ 3) $\int(x^2 - 7x + 2)$dx 4) $\int\left(\frac{3}{x^4} - \frac{5}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^3} + e^x - 4^x\right)$dx	**21**	1) $\int x^8\,dx$ 2) $\int 6e^x\,dx$ 3) $\int(3x^2 - 6x + 0{,}5)$dx 4) $\int\left(\frac{3}{x^4} + \frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[8]{x^5} + 3e^x - 6^x\right)$dx
6	1) $\int xdx$ 2) $\int 4\cos x\cdot dx$ 3) $\int(2x^4 + 8x - 4)$dx	**22**	1) $\int 8^x\,dx$ 2) $\int 2x^3\,dx$ 3) $\int\left(3x^5 - \frac{x}{4} + 3\right)$dx

	4) $\int\left(\frac{7}{x^5}+\frac{4}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^3}+2^x-2\sin x\right)dx$		4) $\int\left(\frac{2}{x^8}+\frac{8}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^4}+5e^x-2\sin x\right)dx$
7	1) $\int 4dx$ 2) $\int 3^x\,dx$ 3) $\int(5x^4-3x+2)dx$ 4) $\int\left(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^3}+4^x-5\cos x\right)dx$	**23**	1) $\int x^{11}\,dx$ 2) $\int 7e^x\,dx$ 3) $\int(5x^2+x-10)dx$ 4) $\int\left(\frac{13}{x^2}-\frac{7}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[4]{x^7}+3\sin x-\cos x\right)dx$
8	1) $\int x^{12}\,dx$ 2) $\int 2\cos x\cdot dx$ 3) $\int(6x^4-x+4)dx$ 4) $\int\left(\frac{1}{x^3}+\frac{6}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^5}+2e^x-4\sin x\right)dx$	**24**	1) $\int 9^x\,dx$ 2) $\int 6\cos x\cdot dx$ 3) $\int(3x^5-5x+8)dx$ 4) $\int\left(\frac{1}{x^7}+\frac{3}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^6}+e^x-\sin x\right)dx$
9	1) $\int\sin x\cdot dx$ 2) $\int 4x\,dx$ 3) $\int(3x^2-2x+0{,}5)dx$ 4) $\int\left(\frac{3}{x^4}+\frac{7}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[8]{x^3}+3e^x-2^x\right)dx$	**25**	1) $\int x^4\,dx$ 2) $\int 8e^x dx$ 3) $\int\left(4x^5-\frac{x}{4}+2\right)dx$ 4) $\int\left(\frac{2}{x^7}+\frac{7}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^7}+e^x-4\sin x\right)dx$
10	1) $\int 2^x\,dx$ 2) $\int 2x^9\,dx$ 3) $\int\left(3x^5-\frac{x}{2}+7\right)dx$ 4) $\int\left(\frac{2}{x^2}+\frac{8}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^3}+5e^x-\sin x\right)dx$	**26**	1) $\int 10^x\,dx$ 2) $\int 4x^3\,dx$ 3) $\int(x^5+2x-3)dx$ 4) $\int\left(\frac{3}{x^4}-\frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[3]{x}+\cos x-2^x\right)dx$
11	1) $\int x^{13}dx$ 2) $\int 4\sin x\cdot dx$ 3) $\int(2x^2+7x-10)dx$ 4) $\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{3}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x-2\cos x\right)dx$	**27**	1) $\int x^{14}\,dx$ 2) $\int 9e^x\,dx$ 3) $\int(3x^2+4x-1)dx$ 4) $\int\left(\frac{2}{x^3}-\frac{4}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^3}+3\sin x-\cos x\right)dx$

12	1) $\int 4^X\ dx$ 2) $\int 3e^x\, dx$ 3) $\int(2x^5-3x+8)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{1}{x^5}+\frac{3}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^2}+7^x-\sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	**28**	1) $\int 12^x\, dx$ 2) $\int 2x^5\, dx$ 3) $\int(5x^4-3x+2)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{8}{x^2}-\frac{3}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^2}+2^x-4\cos \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$
13	1) $\int x^9\ dx$ 2) $\int 5\sin x\ \cdot dx$ 3) $\int(4x^3+2x-5)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{6}{x^4}-\frac{5}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[6]{\mathrm{x}}+2\cos \mathrm{x}-3^{\mathrm{x}}\right)\mathrm{dx}$	**29**	1) $\int x^{16}dx$ 2) $\int 7\cos x\ \cdot dx$ 3) $\int\left(3x^5-\frac{1}{3}x+1\right)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{2}{x^2}+\frac{5}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^2}+e^x-6\sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$
14	1) $\int x^3\, dx$ 2) $\int 4e^x\ dx$ 3) $\int(3x^3+0{,}5x-1)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[4]{x^3}+4\sin \mathrm{x}-2\cos \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	**30**	1) $\int \sin x\ \cdot dx$ 2) $\int 8x^3\, dx$ 3) $\int(x^4-4x+2)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{3}{x^4}-\frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^2}+e^x-4^x\right)\mathrm{dx}$
15	1) $\int 7^x\, dx$ 2) $\int 4x^2\, dx$ 3) $\int(5x^3-7x+2)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{4}{x^5}-\frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^3}+8^x-\cos \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	**31**	1) $\int \mathrm{x}^5\ \mathrm{dx}$ 2) $\int 4\sin x\ \cdot dx$ 3) $\int(2x^4+x-2)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{2}{x^5}-\frac{1}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[6]{\mathrm{x}}+\cos \mathrm{x}-2^{\mathrm{x}}\right)\mathrm{dx}$
16	1) $\int x^{10}\, dx$ 2) $\int 5e^x\, dx$ 3) $\int\left(2x^5-\frac{1}{3}x+1\right)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{1}{x^2}+\frac{8}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[5]{x^4}+e^x-4\sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	**32**	1) $\int 4^x\ \mathrm{dx}$ 2) $\int 6\cos x\ \cdot dx$ 3) $\int(x^{10}-3x+4)\mathrm{dx}$ 4) $\int\left(\frac{3}{x^7}-\frac{2}{x}\right)dx$ 5) $\int\left(\sqrt[7]{x^6}+2e^x-5^x\right)\mathrm{dx}$

Критерии:
№1- 1 балл (формула)
№2 -1 балл (формула)
№3 -2 балла (правило, формулы)
№4 – 3 балла (правило, формулы интегрирования, переход к степени и обратно)
№5 – 3 балла (правило, формулы интегрирования, переход к степени и обратно)
Итого: 10б – «5»
8-9б – «4»
6-7б – «3»

Практическая работа № 20

Тема: Вычисление определенных интегралов.

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:
Определенный интеграл – это приращение первообразной на некотором отрезке [a; b]. Конечно, самой первообразной не дано, ее необходимо найти, вычислив неопределенный интеграл.
Воспользуемся формулой Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Все правила и формулы интегрирования для определенных интегралов так же работают.
Например: вычислить определенный интеграл:

1) $\int_1^2 2x dx = \frac{2x^2}{2} = x^2\Big|_1^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$

2) $\int_1^2 (3x^2 - 1)dx = \left(\frac{3x^3}{3} - x\right) = (x^3 - x)\Big|_1^2 = (2^3 - 2) - (1^3 - 1) = (8 - 2) - (1 - 1) = 6 - 0 = 6$

Не забудьте взять первообразную в скобки, чтоб не потерять знаки при вычитании!

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:
1.Что такое определенный интеграл от функции $y = f(x)$ по отрезку $[a; b]$?
2.С помощью какой формулы вычисляют определенный интеграл?

Задания для практического занятия:
Вычислить определенный интеграл:

Вариант		Вариант	
1	1) $\int_1^2 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_1^4 \sqrt{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$	17	1) $\int_0^3 (6x^2 + 4x - 3)dx$ 2) $\int_1^4 \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
2	1) $\int_2^3 (6x^2 + 4x - 3)dx$ 2) $\int_0^{16} \sqrt[4]{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$	18	1) $\int_2^3 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_0^8 \sqrt[3]{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$
3	1) $\int_0^1 (3x^2 - 4x + 1)dx$ 2) $\int_1^{32} \sqrt[5]{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos x dx$	19	1) $\int_1^2 (3x^2 - 4x + 1)dx$ 2) $\int_0^4 \sqrt{x}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$
4	1) $\int_1^3 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_4^9 \sqrt{x}dx$ 3) $\int_0^{\pi} \sin x dx$	20	1) $\int_0^2 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_1^{16} \sqrt[4]{x}dx$ 3) $\int_0^{\pi} \cos x dx$
5	1) $\int_1^3 (3x^2 - 2x + 4)dx$ 2) $\int_0^9 \sqrt{x}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx$	21	1) $\int_0^4 (6x^2 + 4x - 3)dx$ 2) $\int_1^9 \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx$
6	1) $\int_0^2 (6x^2 + 4x - 3)dx$ 2) $\int_1^8 \sqrt[3]{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx$	22	1) $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 4)dx$ 2) $\int_4^{16} \sqrt{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$
7	1) $\int_1^3 (3x^2 - 4x + 1)dx$ 2) $\int_1^9 \sqrt{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx$	23	1) $\int_1^4 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_0^{32} \sqrt[5]{x}dx$ 3) $\int_0^{\pi} \cos x dx$
8	1) $\int_0^1 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_1^{16} \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin x dx$	24	1) $\int_1^3 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_9^{16} \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx$
9	1) $\int_0^2 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_0^8 \sqrt[3]{x^2}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$	25	1) $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 1)dx$ 2) $\int_0^{27} \sqrt[3]{x^2}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$
10	1) $\int_1^3 (3x^2 - 2x + 4)dx$ 2) $\int_0^{27} \sqrt[3]{x}dx$ 3) $\int_0^{\pi} \cos x dx$	26	1) $\int_2^3 (3x^2 - 2x + 4)dx$ 2) $\int_0^4 \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$

11	1) $\int_0^4 (3x^2 - 4x + 1)dx$ 2) $\int_4^{16} \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_0^{2\pi} \cos x dx$	27	1) $\int_0^3 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2}dx$ 3) $\int_0^{\pi} \cos x dx$
12	1) $\int_1^3 (6x^2 + 4x - 3)dx$ 2) $\int_0^1 \sqrt{x^3}$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin x dx$	28	1) $\int_0^4 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_1^{16} \sqrt{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$
13	1) $\int_1^2 (6x^2 - 2x + 4)dx$ 2) $\int_0^9 \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$	29	1) $\int_1^3 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_4^9 \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$
14	1) $\int_0^3 (3x^2 + 2x - 1)dx$ 2) $\int_9^{16} \sqrt{x}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \cos x dx$	30	1) $\int_0^3 (3x^2 - 4x + 1)dx$ 2) $\int_1^{27} \sqrt[3]{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$
15	1) $\int_1^2 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_0^{16} \sqrt{x}dx$ 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx$	31	1) $\int_2^3 (6x^2 - 4x + 2)dx$ 2) $\int_0^{16} \sqrt{x^3}dx$ 3) $\int_0^{2\pi} \cos x dx$
16	1) $\int_0^3 (3x^2 - 2x + 4)dx$ 2) $\int_8^{27} \sqrt[3]{x}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx$	32	1) $\int_1^2 (6x^2 + 4x - 3)dx$ 2) $\int_0^1 \sqrt[3]{x^2}dx$ 3) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx$

Критерии:
Каждый интеграл – 3 балла:
- правильно найден неопределенный интеграл – 1б;
- правильно применена формула Ньютона-Лейбница – 1б;
-правильно выполнены вычисления – 1б
Итого: 9б – «5»
7-8б – «4»
5-6б – «3»

Практическая работа № 21

Тема: Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел с помощью определенного интеграла

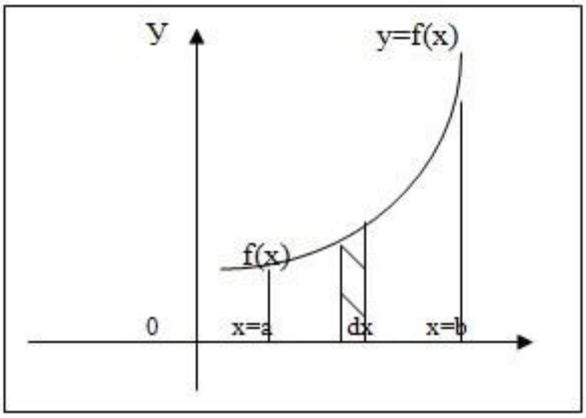
Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

С помощью определенного интеграла можно находить площади криволинейных фигур и вычислять объемы тел вращения.

Криволинейная трапеция – это фигура (часть координатной плоскости), ограниченная сверху графиком непрерывной на отрезке [a; b] функции, снизу – отрезком [a; b] оси ох, по бокам прямыми x = a и x = b.



Площадь такой фигуры равна определенному интегралу, вычисленному на отрезке
[a; b]

Чтобы вычислить площадь такой фигуры, необходимо составить определенный интеграл: числа a и b – пределы интегрирования, под знак интеграла записываем функцию, график которой ограничивает фигуру сверху.

Например: вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $x = 1$, $x = 2$ и осью ох

Решение: необходимо построить чертеж, чтобы выяснить, что фигура будет являться криволинейной трапецией.

$$S = \int_1^2 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ кв.ед.}$$

Для решения задач на вычисление площадей криволинейных трапеций удобно пользоваться алгоритмом:

1.Сделать чертеж, используя данные условия задачи, заштриховать получившуюся фигуру и обозначить ее буквами латинского алфавита.

2. Выяснить, является ли фигура криволинейной трапецией (надо проверить, подходит ли она внешним видом под определение).

3.Составить определенный интеграл.

4.Вычислить интеграл.

5.Подписать единицы измерения – квадратные единицы (кв.ед. или ед^2), т.к. на координатной плоскости мы используем ни метры, ни сантиметры, а единичные отрезки.

6.Записать ответ.

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1.Что такое криволинейная трапеция?

2. Как вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью интеграла?
3.Как узнать, является ли фигура криволинейной трапецией?

Задания для практического занятия:

Вариант	1	2
1	$y = x^2 + 2,\ y = 0,\ x = -1, x = 1$	$y = 1 - x^2, y = 0$
2	$y = x^2,\ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = 4 - x^2, y = 0$
3	$y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = -2, x = 1$	$y = 9 - x^2, y = 0$
4	$y = x^3 + 1,\ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = x^2,\ y = 0, x = -3, x = 1$
5	$y = x^2,\ y = 0,\ x = -2, x = -1$	$y = x^3 + 1, y = 0,\ x = -1,\ x = 1$
6	$y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = -1, x = 0$	$y = x^3,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2$
7	$y = x^2 + 2,\ y = 0,\ x = -2, x = 2$	$y = x^3 + 1,\ y = 0,\ x = -1,\ x = 0$
8	$y = x^3 + 2,\ y = 0, x = 0, x = 1$	$y = x^2,\ y = 0,\ x = -2,\ x = 3$
9	$y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = -2, x = 0$	$y = -x^3 + 1,\ y = 0, x = -1,\ x = 1$
10	$y = x^2 + 2,\ y = 0,\ x = -2,\ x = -1$	$y = -x^3 + 1,\ y = 0, x = 0,\ x = 1$
11	$y = x^3,\ y = 0, x = 1, x = 2$	$y = x^2,\ y = 0,\ x = -1,\ x = 1$
12	$y = x^2 + 3,\ y = 0,\ x = -1, x = 2$	$y = x^3,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2$
13	$y = x^2 + 2,\ y = 0,\ x = 0, x = 2$	$y = x^3 - 1,\ y = 0, x = 1,\ x = 2$
14	$y = x^3 + 2,\ y = 0, x = 0, x = 1$	$y = x^2,\ y = 0,\ x = -3,\ x = 1$
15	$y = -x^3 + 1,\ y = 0,\ x = 0, x = 1$	$y = x^2,\ y = 0,\ x = -1, x = 3$
16	$y = x^3 + 1,\ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = x^2,\ y = 0,\ x = -2, x = 2$
17	$y = x^2 + 1,\ y = 0, x = -1, x = 0$	$y = x^3 - 1, y = 0,\ x = 1, x = 2$
18	$y = x^2,\ y = 0,\ x = 1, x = 3$	$y = -x^3, y = 0, x = -1$
19	$y = x^3,\ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = 2x^2, y = 0, x = -1$

20	$y = x^2 + 2,\ \ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = -x^3 + 1, y = 0, x = -1,$ $x = 1$
21	$y = x^2 + 4,\ \ y = 0, x = 0, x = 2$	$y = x^3 + 1, y = 0,\ x = -1, x = 1$
22	$y = x^2 + 3,\ \ y = 0,\ x = -2, x = 2$	$y = -x^3, y = 0,\ x = -1, x = 0$
23	$y = x^3,\ \ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = x^2, y = 0,\ \ y = -1, x = 1$
24	$y = x^2,\ \ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = -x^3, y = 0, x = -1$
25	$y = x^2 + 1,\ \ y = 0,\ x = -2,$ $x = -1$	$y = -x^3, y = 0, x =$ -2
26	$y = x^3 + 1,\ \ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$	$y = 1 - x^2, y = 0$
27	$y = x^3 + 1,\ \ y = 0,\ x = 0, x = 2$	$y = x^2 - 9, y = 0,\ x = 3, x = 4$
28	$y = -x^3 + 1,\ \ y = 0,\ x = -1,$ $x = 0$	$y = x^2 - 1,\ \ y = 0,\ x = 1,$ $x = 2$
29	$y = x^3 + 1,\ \ y = 0,\ x = 1, x = 2$	$y = 4 - x^2\ ,\ \ y = 0,$
30	$y = x^3 + 2,\ \ y = 0,\ \ x = 0, x = 1$	$y = 1 - x^2,\ \ y = 0,$
31	$y = x^2 + 4,\ \ y = 0,\ x = -1, x = 1$	$y = -x^3 + 1,\ y = 0, x = -1,$ $x = 1$
32	$y = x^2 + 3,\ \ y = 0,\ x = -1, x = 1$	$y = x^3,\ \ y = 0,\ \ x = 1$

Критерии: За одну задачу:
1.Правильно выполненный чертеж – 1,5балл
-Верно изображена координатная плоскость – 0,5 балла,
-Верно построены графики – 1 балл;
2.Обоснован выбор формулы – 0,5 балла;
3.Верно записана формула – 1балл;
4. Верно проведены вычисления – 1 балл;
5. Верно записан ответ – 1 балл.

Итого: 10б – «5»
8-9б – «4»
6-7б – «3»

Практическая работа № 22

Тема: Решение задач на нахождение площади полной поверхности и объема призмы и пирамиды

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Призма – многогранник, состоящий из двух равных многоугольников, лежащих в параллельных плоскостях, и параллельных отрезков, соединяющих соответственные вершины этих многоугольников.

Многоугольники называются основаниями призмы, параллельные отрезки – боковыми ребрами.

Название призмы происходит от названия многоугольника, лежащего в основании призмы: треугольная, четырехугольная и т.д.

Призма называется прямая, если ее боковые ребра перпендикулярны основанию, в противном случае призма называется наклонная.

Площадь полной поверхности призмы состоит из площади боковой поверхности и двух площадей оснований.

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sбок = Pосн · h, если призма прямая (то h = H)

Формула для нахождения объема призмы:

V = Sосн. · H

Задача: найти площадь полной поверхности и объем правильной четырехугольной призмы, сторона основания которой равна 5м, высота7м.

Решение: $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - правильная четырехугольная призма – это прямая призма, в основании которой лежит квадрат.

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sосн. = Sкв.= $AB^2 = 5^2 = 25$м^2

Sбок = Pосн · h, h = H = 7м

Pосн = Pкв = 4AB = 4· 5 = 20м

Следовательно: Sбок = 20 · 7 = 140м^2

Следовательно: Sполн. = 140 + 2 · 25 = 190м^2

V = Sосн. • H

Следовательно: V = 25 · 7 = 175м^3

Пирамида – это многогранник, состоящий из плоского многоугольника, точки, лежащей вне плоскости этого многоугольника и отрезков, соединяющих эту точку с вершинами многоугольника.

Этот многоугольник называется основанием пирамиды, отрезки – боковыми ребрами.

Боковые грани пирамиды – треугольники. Пирамида называется прямой, если ее высота падает в центр основания.

Пирамида называется правильной, если она прямая и в основании лежит правильный многоугольник.

Площадь полной поверхности пирамиды состоит из площади боковой поверхности и площади основания.

Sполн. = Sбок. + Sосн.

Sбок = $\frac{1}{2}$Pосн · h, где h – высота боковой грани – апофема.

Формула для нахождения объема призмы:

$V = \frac{1}{3}S_{осн.} \cdot H$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Что изучает стереометрия?
2. Какая фигура называется двугранным углом?
3. Какая фигура называется трехгранным углом?
4. Какая фигура называется многогранным углом?
5. Что такое многогранник?
6. Назовите элементы многогранника.
7. Какие многогранники называются правильными?
8. Дайте определение призмы.
9. Перечислите виды призм.
10. Дайте определение параллелепипеда.
11. Какие виды параллелепипедов бывают?
12. Приведите примеры использования различных видов призм в практической деятельности.
13. Назовите формулу вычисления площади боковой поверхности призмы.
14. Назовите формулу вычисления площади полной поверхности призмы.
15. Назовите формулу вычисления объема призмы.
16. Дайте определение пирамиды.
17. Какие виды пирамид вы знаете.
18. Назовите формулу вычисления площади боковой поверхности пирамиды.
19. Назовите формулу вычисления площади полной поверхности пирамиды.
20. Назовите формулу вычисления объема пирамиды.

Задания для практического занятия:

№ варианта	**Решить задачу:**
1	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 30см, а диагональ боковой грани 34см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 48м, а апофема 52м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
2	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 16см, а диагональ боковой грани 20см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 15м, а апофема 17м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
3	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 24м, а диагональ боковой грани 26м. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде апофема равна 20см, а высота самой пирамиды 16см. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
4	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 8 см, а

	диагональ боковой грани 10 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 м, а апофема 15 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
5	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 12 см, а диагональ боковой грани 20 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 15 м, а апофема 25 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
6	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 18 см, а диагональ боковой грани 30 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 21 м, а апофема 35 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
7	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 32 см, а диагональ боковой грани 40 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 36 м, а апофема 45 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
8	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 40 см, а диагональ боковой грани 50 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 44 м, а апофема 55 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
9	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 48 см, а диагональ боковой грани 60 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 39 м, а апофема 65 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
10	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 56 см, а диагональ боковой грани 70 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 45 м, а апофема 75 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
11	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 20 см, а диагональ боковой грани 25 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 18 м, а апофема 30 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.

12	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 28 см, а диагональ боковой грани 35 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 24 м, а апофема 40 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
13	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 27 см, а диагональ боковой грани 45 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 30 м, а апофема 50 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
14	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 33 см, а диагональ боковой грани 55 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 36 м, а апофема 60 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
15	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 52 см, а диагональ боковой грани 65 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 42 м, а апофема 70 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
16	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 60 см, а диагональ боковой грани 75 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 48 м, а апофема 80 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
17	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 64 см, а диагональ боковой грани 80 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 48 м, а апофема 60 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
18	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 45 см, а диагональ боковой грани 75 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 56 м, а апофема 70 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
19	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 18 см, а диагональ боковой грани 30 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 20 м, а апофема 25 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.

20	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 24 см, а диагональ боковой грани 40 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 28 м, а апофема 35 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
21	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 30 см, а диагональ боковой грани 50 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 27 м, а апофема 45 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
22	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 36 см, а диагональ боковой грани 60 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 33 м, а апофема 55 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
23	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 42 см, а диагональ боковой грани 70 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 52 м, а апофема 65 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
24	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 48 см, а диагональ боковой грани 80 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 60 м, а апофема 75 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
25	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 48 см, а диагональ боковой грани 60 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 65 м, а апофема 80 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
26	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 30см, а диагональ боковой грани 34см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде апофема равна 20см, а высота самой пирамиды 16см. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
27	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 24м, а диагональ боковой грани 26м. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 м, а апофема 15 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.

28	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 8 см, а диагональ боковой грани 10 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 48м, а апофема 52м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
29	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 12 см, а диагональ боковой грани 20 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 21 м, а апофема 35 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
30	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 32 см, а диагональ боковой грани 40 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 15м, а апофема 17м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
31	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 60 см, а диагональ боковой грани 75 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 48 м, а апофема 60 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.
32	**1** В правильной четырехугольной призме боковое ребро 64 см, а диагональ боковой грани 80 см. Найти площадь полной поверхности и объем призмы. **2** В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 56 м, а апофема 70 м. Найти площадь полной поверхности и объем пирамиды.

Критерии: за одну задачу:
1.Верно выполнен чертеж – 1 балл;
2.Верно записано краткое условие задачи – 1 балл;
3.Представлены все необходимые формулы – 1 балл;
4.Каждый этап решения логически обоснован – 1 балл;
5.Верно выполнены вычисления – 1 балл;
6. Верно записан ответ – 1 балл.
Итого:
11-12б –«5»
9-10б – «4»
6-8б – «3»

Практическая работа № 23

Тема: Решение задач на нахождение площади полной поверхности и объема цилиндра и конуса

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Цилиндр – это тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг одной из его сторон. Эта сторона называется осью вращения, а сторона ей противоположная – образующей, т.к. при вращении она образует поверхность цилиндра. У прямого цилиндра высота и образующая совпадают.

Основание цилиндра – круг.

Осевое сечение цилиндра – прямоугольник.

Площадь полной поверхности цилиндра состоит из площади боковой поверхности и двух площадей оснований.

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sосн. = π R^2 – площадь круга.

Sбок = $l\cdot$ a, где a – образующая

l = 2πR

Формула для нахождения объема призмы:

V = Sосн. · H, где H = a

Задача: найти площадь полной поверхности и объем цилиндра, радиус основания которого 9см, а диагональ осевого сечения 30см.

Решение:

Sполн. = Sбок. + 2Sосн.

Sосн. = π R^2

R = 9см, по условию, следовательно, Sосн. = 81π$см^2$

Sбок = $l\cdot$ a, где a – образующая

l = 2πR, следовательно, l = 18πсм.

Пусть осевое сечение цилиндра есть прямоугольник ABCD с диагональю BDтогда образующая a = AB. Чтобы найти AB рассмотрим треугольник ABD. Он прямоугольный, т.к. является половиной прямоугольника. AB = Dкр = 2R = 2 · 9 = 18см

Тогда по теореме Пифагора, $BD^2 = AB^2 + AD^2$, следовательно, AB = $\sqrt{BD^2 - AD^2} =$
$\sqrt{30^2 - 18^2} = \sqrt{900 - 324} = \sqrt{576}$ = 24см.- a

Следовательно, Sбок = 18π · 24 = 432π$см^2$

Следовательно, Sполн. = 432π + 2 · 81π = 432π +192π = 624π$см^2$

V = Sосн. · H, H = a

V = 81π · 24 = 1944π$см^3$

Конус – это тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов. Этот катет называется осью вращения, а гипотенуза – образующей, т.к. образует при вращении поверхность конуса.

Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник.

В основании конуса лежит круг.

Площадь полной поверхности пирамиды состоит из площади боковой поверхности и площади основания.

Sполн. = Sбок. + Sосн.

Sбок = $\frac{1}{2}l$осн · а, где а – образующая

Формула для нахождения объема призмы:

V = $\frac{1}{3}$Sосн. · Н

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Дайте определение прямого кругового цилиндра.
2. Перечислите элементы цилиндра.
3. Что называется высотой цилиндра.
4. Назовите формулу вычисления площади боковой поверхности цилиндра.
5. Назовите формулу вычисления площади полной поверхности цилиндра.
6. Назовите формулу вычисления объема цилиндра.
7. Дайте определение конуса как тела вращения.
8. Перечислите элементы конуса.
9. Что называется высотой конуса.
10. Назовите формулу вычисления площади боковой поверхности конуса.
11. Назовите формулу вычисления площади полной поверхности конуса.
12. Назовите формулу вычисления объема конуса.

Задания для практического занятия:

№ варианта	**Решить задачу:**
1	**1** Радиус основания цилиндра 24см, а диагональ осевого сечения 60см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 80 см, высота 65см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
2	**1** Радиус основания цилиндра 21см, а диагональ осевого сечения 70см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 65 см, высота 52см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
3	**1** Радиус основания цилиндра 19см, а диагональ осевого сечения 60см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 55 см, высота 33см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
4	**1** Радиус основания цилиндра 15см, а диагональ осевого сечения 50см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 45 см, высота 27см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
5	**1** Радиус основания цилиндра 12см, а диагональ осевого сечения 40см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 35 см, высота 28см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
6	**1** Радиус основания цилиндра 9см, а диагональ осевого сечения 30см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 25 см, высота 20см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
7	**1** Радиус основания цилиндра 35см, а диагональ осевого сечения 80см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра.

	2 Образующая конуса 60см, высота 48см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
8	**1** Радиус основания цилиндра 30см, а диагональ осевого сечения 75см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 80см, высота 48см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
9	**1** Радиус основания цилиндра 26см, а диагональ осевого сечения 65см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 70 см, высота 42см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
10	**1** Радиус основания цилиндра 14см, а диагональ осевого сечения 35см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 40см, высота 24см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
11	**1** Радиус основания цилиндра 10см, а диагональ осевого сечения 25см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 30 см, высота 18см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
12	**1** Радиус основания цилиндра 28см, а диагональ осевого сечения 70см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 75 см, высота 45см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
13	**1** Радиус основания цилиндра 24см, а диагональ осевого сечения 60см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 65 см, высота 39см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
14	**1** Радиус основания цилиндра 20см, а диагональ осевого сечения 50см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 55 см, высота 44см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
15	**1** Радиус основания цилиндра 16см, а диагональ осевого сечения 40см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 45 см, высота 36см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
16	**1** Радиус основания цилиндра 9см, а диагональ осевого сечения 30см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 35 см, высота 21см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
17	**1** Радиус основания цилиндра 6см, а диагональ осевого сечения 20см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 25 см, высота 15см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
18	**1** Радиус основания цилиндра 4см, а диагональ осевого сечения 10см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 15 см, высота 12см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
19	**1** Радиус основания цилиндра 12см, а диагональ осевого сечения

	26см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 20 см, высота 16см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
20	**1** Радиус основания цилиндра 8см, а диагональ осевого сечения 20см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 17см, высота 15см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
21	**1** Радиус основания цилиндра 15см, а диагональ осевого сечения 34см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 13 см, высота 12см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
22	**1** Радиус основания цилиндра 24см, а диагональ осевого сечения 52см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 60 см, высота 48см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
23	**1** Радиус основания цилиндра 30см, а диагональ осевого сечения 75см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 80 см, высота 48см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
24	**1** Радиус основания цилиндра 26см, а диагональ осевого сечения 65см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 70см, высота 42см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
25	**1** Радиус основания цилиндра 18см, а диагональ осевого сечения 60см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 55см, высота 33см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
26	**1** Радиус основания цилиндра 21см, а диагональ осевого сечения 70см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 65 см, высота 52см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
27	**1** Радиус основания цилиндра 19см, а диагональ осевого сечения 60см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 35 см, высота 28см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
28	**1** Радиус основания цилиндра 15см, а диагональ осевого сечения 50см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 25 см, высота 20см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
29	**1** Радиус основания цилиндра 12см, а диагональ осевого сечения 40см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 80 см, высота 65см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
30	**1** Радиус основания цилиндра 35см, а диагональ осевого сечения 80см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 45 см, высота 27см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.

31	**1** Радиус основания цилиндра 6см, а диагональ осевого сечения 20см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 15 см, высота 12см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.
32	**1** Радиус основания цилиндра 4 см, а диагональ осевого сечения 10см. Найти площадь полной поверхности и объем цилиндра. **2** Образующая конуса 20 см, высота 16см. Найти площадь полной поверхности и объем конуса.

Критерии: за одну задачу:
1.Верно выполнен чертеж – 1 балл;
2.Верно записано краткое условие задачи – 1 балл;
3.Представлены все необходимые формулы – 1 балл;
4.Каждый этап решения логически обоснован – 1 балл;
5.Верно выполнены вычисления – 1 балл;
6. Верно записан ответ – 1 балл.
Итого:
11-12б –«5»
9-10б – «4»
6-8б – «3»

Практическая работа № 24

Тема: Решение задач на нахождение площади полной поверхности и объема шара и сферы, отношение подобных фигур

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

Шар – это тело, полученное при вращении полукруга вокруг его диаметра. Диаметр будет являться осью вращения.

Шар – это тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не больше данного, то данной точки.

Это точка называется центром шара, а данное расстояние – радиусом шара.

Граница шара называется шаровой поверхностью или сферой. Таким образом, точками сферы являются все точки шара, которые удалены от центра на расстояние, равное радиусу. Любой отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности, так же называется радиусом.

Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется диаметром.

Объем шара находится по формуле: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Площадь поверхности шара равна: $S = 4\pi R^2$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:
1. Дайте определение шара.

2. Дайте определение сферы.
3. Сформулируйте теорему о плоскости, касательной к сфере.
4. С помощью какой формулы можно найти площадь поверхности шара.
5. С помощью какой формулы можно найти объем шара.

Задания для практического занятия:

Вариант	**Задача**
1	1. Диаметр сферы 4 метра. Найдите площадь ее поверхности. 2. Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 3 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
2	1.Диаметр сферы 3 метра. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 16см. Толщина стенок 4 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
3	1.Диаметр сферы 5 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 5 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
4	1.Диаметр сферы 6 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 18см. Толщина стенок 3 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
5	1.Диаметр сферы 2 метра. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 22см. Толщина стенок 4см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
6	1.Диаметр сферы 1 метр. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 4 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
7	1.Диаметр сферы 7 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 6 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
8	1.Диаметр сферы 8 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 24см. Толщина стенок 4 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
9	1.Диаметр сферы 9 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 1 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
10	1.Диаметр сферы 10 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 26см. Толщина стенок 4 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
11	1.Диаметр сферы 5 дм. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 8 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
12	1.Диаметр сферы 11 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 16см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
13	1.Диаметр сферы 12 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 16см. Толщина стенок 5 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
14	1.Диаметр сферы 13 метров. Найдите площадь ее поверхности.

	2.Внешний диаметр полого шара равен 10см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
15	1.Диаметр сферы 14 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 18см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
16	1.Диаметр сферы 8дм. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 18см. Толщина стенок 1 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
17	1.Диаметр сферы 7дм. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 28см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
18	1.Диаметр сферы 15 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 18см. Толщина стенок 7 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
19	1.Диаметр сферы 16 метров. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 16см. Толщина стенок 3 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
20	1.Диаметр сферы 14см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
21	1.Диаметр сферы 11см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 14см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
22	1.Диаметр сферы 10см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 14см. Толщина стенок 3 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
23	1.Диаметр сферы 8см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 14см. Толщина стенок 1 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
24	1.Диаметр сферы 13 см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 14см. Толщина стенок 4 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
25	1.Диаметр сферы 12см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 30 см. Толщина стенок 2 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
26	1.Диаметр сферы 16см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 20см. Толщина стенок 3 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
27	1.Диаметр сферы 9см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 32см. Толщина стенок 4 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
28	1.Диаметр сферы 7мм. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 30см. Толщина стенок 5 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
29	1.Диаметр сферы 5см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 32м. Толщина стенок 6 м. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.

30	1.Диаметр сферы 3 см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 10см. Толщина стенок 1 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
31	1.Диаметр сферы 17 дм. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 14м. Толщина стенок 4 м. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
32	1.Диаметр сферы 20 см. Найдите площадь ее поверхности. 2.Внешний диаметр полого шара равен 22см. Толщина стенок 8 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.

Критерии: за одну задачу:
1.Верно выполнен чертеж – 1 балл;
2.Верно записано краткое условие задачи – 1 балл;
3.Представлены все необходимые формулы – 1 балл;
4.Каждый этап решения логически обоснован – 1 балл;
5.Верно выполнены вычисления – 1 балл;
6. Верно записан ответ – 1 балл.
Итого:
11-12б –«5»
9-10б – «4»
6-8б – «3»

Практическая работа № 25

Тема: Решение задач на применение графов и теоретико – множественного аппарата

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1.Основные понятия

Множеством называют совокупность объектов, объединенных по определенному признаку.

Объекты, из которых состоит множество, называют его *элементами.*

Например, множество студентов определенного колледжа; множество зрителей данного театра и т.д.

Множества обозначают заглавными буквами латинского алфавита A,B,C,…, с индексами или без них. Элементы множества обозначают малыми латинскими буквами a,b,c,…,y,z.

Например, множество N натуральных чисел 1,2,3,… Множество P простых чисел 2,3,5,7,9,…

Принадлежность элемента a к множеству M записывается так: $a \in M$ (читается «а принадлежит M»). Непринадлежность элемента b множеству M обозначается $b \notin M$ (читается «b не принадлежит M»).

Если в рамках некоторого класса задач рассматриваются различные множества, то полная совокупность всех элементов, из которых могут формироваться все множества и подмножества, образуют *универсальное* множество

– «универсум» или полное пространство. Обозначается универсальное множество символом U (генеральная совокупность).

2.Способы задания множеств.

Множество может быть задано:

1) *Перечислением* всех его элементов.

При задании множеств перечислением его элементов, обозначения этих элементов обычно заключают в фигурные скобки и разделяют запятыми.

Например, множество натуральных чисел от 1 до 9:

A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

2)Описанием характеристических свойств, которыми обладают все элементы множества.

Характеристическое свойство – это некоторое условие, выраженное в форме логического утверждения или процедуры, возвращающей логическое значение. Если для данного элемента условие выполнено, то он принадлежит определяемому множеству, в противном случае – не принадлежит.

3. Теоретико-множественные диаграммы.

Для наглядного представления операций над множествами применяют своего рода диаграммы. Построение диаграммы заключается в изображении большого прямоугольника, представляющего универсальное множество U, а внутри него – *кругов Эйлера*, представляющих множества.

Вместо кругов Эйлера определенные множества изображают любые другие замкнутые фигуры, и такую иллюстрацию называют *диаграммами Венна*.

Для рассуждений, связанных с множествами, будем использовать язык *диаграмм Эйлера – Венна.*

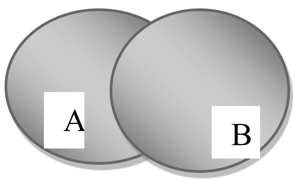
Область, представляющую то подмножество, которое нас интересует, отметим штрихами. На рисунке первая диаграмма соответствует универсальному множеству U, вторая – его пустому подмножеству, третья – произвольному подмножеству A.

4.Операции над множествами

1) *Объединение множеств* (A ∪ B) – это множество, состоящее из тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из исходных множеств:

$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$.

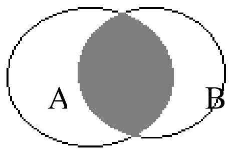
Например, A = { a,b,c}, B = { b,c, d,m}, то A ∪ B = { a,b,c,d,m}.



2) *Пересечение множеств* (A ∩ B) – это множество тех и только тех элементов, которые принадлежат и множеству A, и множеству B:

$A \cap B = \{ x \mid x \in A$ и $x \in B \}$.

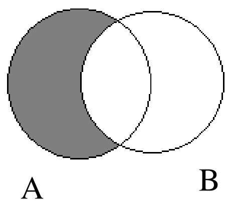
Например, $A = \{ a,b,c\}$, $B = \{ b,c, d,m\}$, то $A \cap B = \{ b,c\}$.



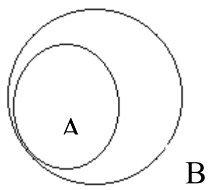
3) *Разность множеств* ($A\setminus B$) – это множество, состоящее из тех и только тех элементов множества A, которые не содержатся во множестве B:

$A\setminus B = \{ x \mid x \in A$ и $x \notin B \}$

Например, $A = \{a,b,c\}$, $B = \{b,c,d,m\}$, то $A\setminus B = \{a\}$.



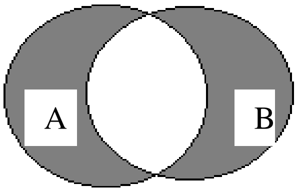
Если $A\setminus B = \emptyset$, то $A \subseteq B$:



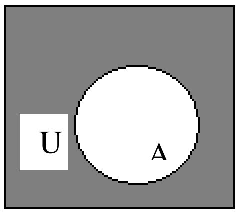
4) *Симметричная разность* ($A \div B$) – это множество элементов, принадлежащих множествам A и B за исключением их общих элементов:

$A \div B = \{ x \mid (x \in A$ и $x \notin B)$ или $(x \in B$ и $x \notin A)\}$.

Например, $A = \{a,b,c\}$, $B = \{b,c,d,m\}$, то $A \div B = \{ a, d,m\}$.



5) *Дополнением* множества А до множества U (обозначается $\overline{A}$) называется множество всех элементов U, не принадлежащих множеству А.



5.Графы

Графический способ представления информации – очень удобный способ иллюстрации различных понятий, отображения исследуемого процесса.

Все более распространенным становится представление количественных показателей в виде гистограмм, круговых и столбцевых диаграмм, по наглядным характеристикам которых (высота, ширина, площадь, радиус и др.) можно судить о количественных соотношениях сравниваемых объектов, значительно упрощая их анализ.

Мощным и наиболее исследуемым классом объектов, относящихся к графическим представлениям, являются так называемые **графы**.

Под **графом** понимается множество точек и множество линий, соединяющих некоторые пары этих точек.

Множество точек будем называть вершинами **графа** и обозначать буквой **V**. Множество линий – **вершинами** графа и обозначать буквой **E**.

Примером графа может служить схема движения городского автобуса: множество остановок – вершины графа, и соединяющих их линий – ребра графа.

Маршрутом в графе G называется чередующаяся последовательность вершин и ребер, в которой каждые два соседних ребра имеют общую вершину.

Начало маршрута - вершина v_1, инцидентная ребру e_1 и не инцидентная ребру e_2.

Вершину v_n, инцидентную ребру e_n и не инцидентную ребру e_{n+1}, называют **концом маршрута.**

Маршрут называется **<u>замкнутым</u>**, если $v_1 = v_n$, и **<u>открытым</u>** в противном случае.

Маршрут называется **<u>цепью</u>**, если все его ребра различны. Цепь, содержащая только различные вершины и ребра и не пересекающая себя, называется **<u>простой цепью.</u>**

Если элементами множества E являются упорядоченные пары, то граф называется **ориентированным** (т.е. ребро, соединяющее две вершины имеет направление).

Ориентированный граф называется **<u>связным</u>**, если он связан без учета ориентации его ребер, и **<u>сильно связным</u>**, если из любой вершины v существует путь в любую другую вершину u с учетом ориентации ребер.

Существует один простой, но важный тип графов, который называется деревом. Деревья находят приложения в различных областях знаний и, кроме того, в силу предельной простоты строения, являются модельными объектами при решении различных задач теории графов.

<u>Деревом</u> называется связный граф, не содержащий циклов, а значит петель и кратных ребер. Связность графа означает, что при удалении хотя бы одного ребра, он теряет связность.

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Что называется множеством, элементами множества?
2. Какие виды множеств бывают?
3. Способы задания множеств?
4. Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?
5. Дать определение понятия графа.
6. Перечислите основные виды графов.

Задания для практического занятия:

1. Найти $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, ,$A \div B$, $\overline{B}$,если $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,a,b,c,d,n,m,k,f,x,y\}$

№ варианта	**Множество А**	**Множество В**
1.	{1,2,3,5,6,}	{1,2,3,4,a}
2.	{a,b,c,x}	{a,b,c, d,r}
3.	{1,2,3,8}	{1,2,4,5}
4.	{a,c,d,k}	{a,b,c,d,n}
5.	{5,6,7}	{a,b,c,7}
6.	{6,7,8,2}	{2,4,5,6,7,}
7.	{a,c,b,d}	{a,d,n}
8.	{1,2,5,7}	{1,3,2,5}
9.	{f,d,2 ,4,1,3}	{f,d,1,2,3}
10.	{1,2,3,5}	{1,3,a,c}
11.	{1,2,3,4,5}	{1,4,5,8,7}
12.	{ a, b,c,y,x}	{1,3,4, a, b}
13.	{1,2,4,7}	{1,2,3,6}
14.	{a,b,c,4}	{a,b,c,d}
15.	{5,6,b,a,7}	{5,6,a,b,c,}

16.	{6,7,4,3}	{6,8,1,5}
17.	{1,2,3,a,d}	{a,c,1,3,4}
18.	{3,2,1,0}	{1,3,5,6}
19.	{f,b,1,2,3}	{f,d,1,2,3}
20.	{1,2,3,5,x}	{1,3,4,x,y}
21.	{a,b,c,n,m}	{a,b,5,6,8}
22.	{5,6,b,a,7}	{5,a,b,c,7}
23.	{1,3,6,7,4}	{6,8,7,1,4}
24.	{a,c,d,x,1}	{a,c,x,2,3}
25.	{a,b,c,d,4}	{a,b,4,5,7}
26.	{5,6,b,a,8}	{5,a,b,c,7}
27.	{a,b,c,d,n}	{a,c,d,k}
28.	{a,b,c,7}	{5,6,7}
29.	{2,4,5,6,7,}	{6,7,8,2}
30.	{a,d,n}	{a,c,b,d}
31.	{1,3,2,5}	{1,2,5,7}
32.	{f,d,1,2,3}	{f,d,2 ,4,1,3}

2. Известно, что из ***n*** учеников спортом увлекаются ***a*** учеников, программированием ***b***, математикой ***c***, спортом и программированием ***d***, спортом и математикой ***e***, программированием и математикой ***f*** , спортом, математикой и программированием ***g*** учеников. Сколько учеников увлекается только программированием? Сколько учеников увлекается только математикой? Сколько учеников ничем не увлекается?

Вариант	***n***	***a***	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***
1.	100	30	28	42	8	5	10	3
2.	80	23	29	28	10	5	8	2
3.	70	32	21	23	8	12	4	3
4.	70	30	30	30	7	13	11	4
5.	100	28	35	28	3	6	9	2
6.	80	28	29	30	17	13	12	10
7.	90	30	30	35	6	6	9	2
8.	100	43	25	30	10	8	5	3
9.	100	35	30	40	12	10	8	5
10.	80	25	25	25	10	5	3	2
11.	90	33	42	30	13	10	6	3
12.	100	30	28	42	8	5	10	3
13.	80	23	29	28	10	5	8	2
14.	70	32	21	23	8	12	4	3
15.	70	30	30	30	7	13	11	4
16.	100	28	35	28	3	6	9	2
17.	80	28	29	30	17	13	12	10
18.	90	30	30	35	6	6	9	2
19.	100	43	25	30	10	8	5	3
20.	100	35	30	40	12	10	8	5
21.	80	25	25	25	10	5	3	2

22.	90	33	42	30	13	10	6	3
23.	70	28	21	23	8	12	4	3
24.	100	28	30	30	7	13	11	4
25.	80	30	35	28	3	6	9	2
26.	100	28	29	25	8	7	7	4
27.	70	26	32	25	7	6	6	3
28.	80	25	30	30	8	5	6	3
29.	90	30	32	28	9	5	7	4
30.	100	32	29	30	8	8	5	2
31.	100	28	28	35	7	7	5	3
32.	80	30	30	24	8	7	6	3

3. Определить смысл операций над множествами:

Вариант	**Условие**	**Операции**
1.	Пусть U – множество всех действительных чисел; Q – множество рациональных чисел; I – множество иррациональных чисел; Z – множество целых чисел; N – множество натуральных чисел.	$I \cup Q$ $Z \cap N$ $Q \setminus Z$ $N \setminus I$
2	Пусть U – все студенты гр.КСК; А – все юноши; В – все девушки; С – все отличники; Д – все неуспевающие.	$А \cup В$ $С \cap Д$ $А \setminus Д$ $\overline{С}$
3.	Пусть U – множество всех жителей г. Иркутска; А – все работающие граждане; В – все учащиеся; С – все дети до 14 лет; Д – все пенсионеры.	$А \cap В$ $\overline{А}$ $С \setminus Д$ Д - А
4.	Пусть U – множество птиц; А – все летающие; В – все водоплавающие; С – все домашние; Д – все хищники	$А \setminus В$ $С \cap Д$ $А \cap С$ $А \cup Д$
5.	Пусть U – все ели и березы в парке; А – все ели; В – все березы; С – все деревья, посаженные за 5 последних лет; Д – все деревья, которые необходимо спилить.	$А \cup В$ $А \cap С$ $В \setminus Д$ $\overline{Д}$
6.	Пусть U – множество всех гусей у фермера Васи; А – все гусаки; В – все гусыни; С – все белые гуси; Д – все серые гуси.	$С \cup Д$ $А \cap С$ $В \setminus Д$ $С \setminus А$
7.	Пусть U – множество всех действительных чисел; Q – множество рациональных чисел; I – множество иррациональных чисел; Z – множество целых чисел; N – множество натуральных чисел.	$\bar{Q}$ $Z \setminus N$ $Q \cap Z$ $N \cup I$

8.	Пусть U – все студенты гр.КСК; А – все юноши; В – все девушки; С – все отличники; Д – все неуспевающие.	А ∪ Д С \ Д В ∩ Д $\overline{В}$
9.	Пусть U – множество всех жителей г. Иркутска; А – все работающие граждане; В – все учащиеся; С – все дети до 14 лет; Д – все пенсионеры.	А ∩ Д $\overline{А ∪ В}$ В \ Д Д \ С
10.	Пусть U – множество птиц; А – все летающие; В – все водоплавающие; С – все домашние; Д – все хищники	А ∪ В С \ А В ∩ С А ∪ Д
11.	Пусть U – все ели и березы в парке; А – все ели; В – все березы; С – все деревья, посаженные за 5 последних лет; Д – все деревья, которые необходимо спилить.	А ∩ В А ∪ С С \ Д С ∩ Д
12.	Пусть U – все карты в колоде; А – все черные масти; В – все короли; С – все черви; Д – все красные масти.	А ∩ С Д ∩ В С \ В Д \ С
13.	Пусть U – множество всех гусей у фермера Васи; А – все гусаки; В – все гусыни; С – все белые гуси; Д – все серые гуси.	С ÷ Д А \ С В ∪ Д С ∩ А
14.	Пусть U – множество яблонь и слив в саду; А – все яблони; В – все сливы; С – все деревья, которые плодоносят; Д – все деревья, которые необходимо спилить.	А ∪ В А ∩ С В \ Д $\overline{Д}$
15.	Пусть U – все студенты СКТиС; А – все юноши; В – все девушки; С – все отличники; Д – все студенты гр. КСК.	А ∪ Д С \ Д В ∩ Д $\overline{В}$
16.	Пусть U – все карты в колоде; А – все черные масти; В – все пики; С – все тузы; Д – все красные масти.	А ∩ С Д ∩ В С \ В Д \ С
17.	Пусть U – множество всех действительных чисел; Q – множество рациональных чисел; I – множество иррациональных чисел; Z – множество целых чисел; N – множество натуральных чисел.	$\bar{I}$ Z \ N Q ∩ Z N ∪ I
18.	Пусть U – все студенты гр.КСК; А – неуспевающие; В – все девушки; С – все отличники; Д – все юноши.	А ∪ Д С \ Д В ∩ Д $\overline{В}$

19.	Пусть U – множество всех жителей г. Иркутска; А – все работающие граждане; В – все безработные; С – учащиеся; Д – все пенсионеры.	$А \cap Д$ $\overline{А \cup В}$ $В \setminus Д$ $Д \setminus С$
20.	Пусть U – все студенты СКТиС; А – все юноши; В – все девушки; С – все, кто занимается волейболом; Д – все студенты гр. КСК.	$А \cup Д$ $С \setminus Д$ $В \cap Д$ $\overline{В}$
21.	Пусть U – все карты в колоде; А – все короли; В – все пики; С – все черные масти; Д – все красные масти.	$А \cap С$ $Д \cap В$ $С \setminus В$ $Д \setminus С$
22.	Пусть U – все клены и березы в парке; А – все клены; В – все березы; С – все деревья, посаженные за 5 последних лет; Д – все деревья, сломанные в бурю.	$А \cap В$ $А \cup С$ $С \setminus Д$ $С \cap Д$
23.	Пусть U – множество всех овец у фермера Васи; А – все бараны; В – все ягнята; С – все белые овцы; Д – все черные овцы.	$С \div Д$ $А \setminus С$ $В \cup Д$ $С \cap А$
24.	Пусть U – все карты в колоде; А – все черные масти; В – все короли; С – все дамы; Д – все красные масти.	$А \cap В$ $Д \cap С$ $Д \setminus В$ $А \setminus С$
25.	Пусть U – все студенты СКТиС; А – все юноши; В – все девушки; С – все, кто занимается волейболом; Д – все первокурсники.	$В \cup Д$ $С \setminus В$ $А \cap Д$ $\overline{А}$
26.	Пусть U – множество яблонь и слив в саду; А – все яблони; В – все сливы; С – все деревья, которые плодоносят; Д – все деревья, которые необходимо спилить.	$А \cup С$ $А \cap В$ $В \setminus А$ $\overline{С}$
27.	Пусть U – все карты в колоде; А – все черные масти; В – все короли; С – все черви; Д – все красные масти.	$А \setminus С$ $Д \cup В$ $С \div В$ $Д \cap С$
28.	Пусть U – множество всех гусей у фермера Васи; А – все гусаки; В – все гусыни; С – все белые гуси; Д – все серые гуси.	$С \cap Д$ $А \setminus С$ $В \cup С$ $С \div А$
29.	Пусть U – множество яблонь и слив в саду; А – все яблони; В – все сливы; С – все деревья, которые плодоносят; Д – все деревья, которые необходимо спилить.	$А \cup С$ $А \cap В$ $В \setminus Д$ $\overline{Д}$
30.	Пусть U – все студенты СКТиС; А – все юноши; В – все девушки; С – все отличники; Д – все студенты гр. КСК.	$А \cup С$ $С \setminus Д$ $В \cap Д$

		$\overline{A}$
31.	Пусть U – все карты в колоде; А – все черные масти; В – все пики; С – все тузы; Д – все красные масти.	$A \cap C$ Д \ В С \ В Д ∪ С
32.	Пусть U – множество всех действительных чисел; Q – множество рациональных чисел; I – множество иррациональных чисел; Z – множество целых чисел; N – множество натуральных чисел.	$\bar{Z}$ $N \setminus Z$ $Z \cap Q$ $I \cup N$

4.Составить генеалогическое дерево своей семьи
Критерии:
№1 – 5 баллов
№2 – 3 балла№
3 – 5 баллов
№4 – 1 балл
Итого:13 – б – «5»
11 – 12б – «4»
9 – 10б – «3»

Практическая работа № 26

Тема: Решение комбинаторных задач

Методические рекомендации по выполнению работы:
1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

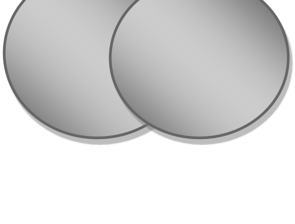
Краткие теоретические сведения:
1.Правила комбинаторики.

Комбинаторика рассматривает задачи, связанные с составлением различных соединений (комбинаций).

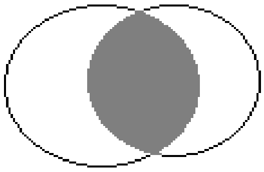
Для решения комбинаторных задач необходимо знать правила комбинаторики (сложения, умножения, правило включения – исключения).

Рассмотрим два множества А и В. Множество – это совокупность некоторых объектов, объединенных по какому-нибудь признаку. Эти объекты называют элементами множества. Количество элементов в множестве обозначают прямыми скобками.

Объединением множеств А и В называется множество состоящее из всех элементов множеств А и В.



Пересечением множеств А и В называется множество состоящее из общих элементов множеств А и В. Обозначается: $A \cap B$.



Правило сложения:

Пусть во множестве А имеется m элементов, а во множестве В – n элементов, т.е. $|A| = m$, $|B| = n$.

Если у множеств А и В нет общих элементов, то в их объединении число элементов равно $m + n$, т.е. $|A \cup B| = |A| + |B|$.

Задача: Два раза подряд бросают игральную кость. В каком числе случаев хотя бы один раз выпадет цифра 6?

Решение: Разобьем все случаи на два класса: *ни разу* не выпадет цифра 6, *хоть раз* выпадет цифра 6. Общих элементов у этих классов нет. Всего возможных вариантов, т.е. число последовательностей из двух цифр при запасе в 6 цифр, равно 6^2, при запасе в 5 цифр, равно 5^2. Применяем правило сложения: $6^2 = 5^2 + x$, откуда $x = 6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11$.

Ответ: при 36 бросаниях цифра 6 выпадет 11 раз.

Правило умножения:

Если существует m вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется n вариантов выбора второго элемента, то всего существует $m \cdot n$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.

Задача: сколько различных трехзначных чисел можно составить с помощью цифр 0, 1, 2, 3?

Решение: в качестве первой цифры можно выбрать любую из трех: 1, 2 или 3. В качестве второй и четвертой – любую из четырех данных чисел. Согласно правилу умножения число всевозможных трехзначных чисел равно $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.

Правило включения – исключения:

Рассмотрим случай, когда множества А и В имеют общие элементы. Тогда при объединении множеств А и В эти общие элементы будут дважды попадать: один раз с множеством А, второй раз с множеством В. Уберем второй случай, получим:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Задача: в группе каждый студент изучает какой-нибудь иностранный язык. 20 студентов изучают английский, 12 – французский. При этом 7 человек изучают оба языка. Сколько человек в группе?

Решение: Пусть A – множество студентов, изучающих английский язык, B – множество студентов, изучающих французский язык. Тогда $|A| = 20$, $|B| = 12$, $|A \cap B| = 7$. Получим:

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 20 + 12 - 7 = 25$ человек в группе.

2.Перестановки.

Факториалом называется произведение

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cdots \cdot n = n!$ или $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$ (читается «эн факториал»).

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2 = 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

$4!\ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ и т.д.

Считается, что $0! = 1$

Перестановками из n элементов называют соединения, которые состоят из одних и тех же n элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.

Перестановки из n элементов обозначаются P_n

<u>*Задача:*</u> сколькими способами можно расставить рядом на полке 4 книги?

Решение: на первое место можно поставить одну из четырех книг, на вторую – одну из трех оставшихся, на третье – одну из двух, на четвертое – одну последнюю. Тогда согласно правилу умножения , получим $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ способа.

Таким образом можно записать формулу для нахождения числа перестановок:

$$\mathbf{P_n = n!}$$

3.Размещения.

Размещениями m элементов по n элементов ($n \leq m$) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из данных m разных элементов, и которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их расположения.

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

<u>*Задача:*</u> сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 1,2,3,4?

Решение: $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 3 \cdot 4 = 12$ двузначных чисел.

4.Сочетания.

Сочетаниями из m элементов по n элементов ($n \leq m$) называют соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из данных m различных элементов, и которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!}$$

<u>*Задача:*</u> покупатель из имеющихся в питомнике 10 саженцев хочет выбрать 2. Сколькими способами он может это сделать?

Решение: если бы в выбираемой паре был важен порядок выбора, то количество пар можно было бы найти с помощью размещений, но т.к. в данном случае порядок выбора не имеет значения, то количество пар уменьшитМесто для уравнения.ся в 2 раза. Тогда $C_{10}^2 = \frac{10!}{(10-2)!2!} = \frac{10!}{8!\,2} = \frac{9\ \cdot 10}{2} =$ 45.

5.Бином Ньютона.

Биномом называется двучлен вида a + b.

Для разложения бинома степени m воспользуемся формулой, которая называется *биномом Ньютона.*

$(a + b)^m = C_m^0 a^m b^0 + C_m^1 a^{m-1} b^1 + C_m^2 a^{m-2} b^2 + \ldots + C_m^m a^0 b^m$, где

$C_m^0 = C_m^m = 1$

$(a + b)^4 = 1\cdot a^4\cdot 1 + 4\cdot a^3\cdot b^1 + 6\cdot a^2\cdot b^2 + 4\cdot a^1\cdot b^3 + 1\cdot 1\cdot b^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Какие конструкции чаще всего используются в комбинаторике?
2. Что в комбинаторике называется «словом»?
3. Что называется «длиной» слова?
4. Что называется перестановкой?
5. Что называется размещением?
6. Что называется сочетанием?
7. Назовите основные правила комбинаторных подсчетов.
8. Раскройте смысл правила «сложения».
9. Раскройте смысл правила «включения – исключения».
10. Раскройте смысл правила «умножения»
11. Что называется «биномом Ньютона»?
12. Запишите формулу бинома Ньютона.
13. Что называется «биномиальным коэффициентом?
14. Перечислите свойства биномиальных коэффициентов.

Задания для практического занятия:

Вариант	**Задача**
1	1. Сколькими способами можно расставить на полке 7 книг, если 2 определенные книги должны стоять рядом. 2. Запишите разложение бинома $(x+1)^5$
Вариант	**Задача**
2	1. Сколькими способами можно поставить в ряд пять человек для выполнения группового портрета? 2. Запишите разложение бинома $(x-y)^4$
Вариант	**Задача**
3	1. Четверо студентов получили разные оценки на экзамене. Сколько вариантов расставить оценки так, чтобы никакие два студента не имели одинаковые оценки? 2. Запишите разложение бинома $(2x-y)^4$
Вариант	**Задача**
4	1. Городской совет состоит из мэра и 6 старейшин. Сколько различных комиссий можно сформировать из членов совета, если каждая комиссия состоит из 4-х человек и мэр города входит в каждую комиссию.

	2. Запишите разложение бинома $(a-1)^5$
Вариант	**Задача**
5	1. Анкета социологического опроса содержит 6 вопросов. Сколько вариантов при задании вопросов в ходе интервью? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x+y)^8$ при слагаемом $x^5 y^3$.
Вариант	**Задача**
6	1. В офисе 5 рабочих мест. Сколько вариантов размещения сотрудников? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x+y)^8$ при слагаемом $x^2 y^6$.
Вариант	**Задача**
7	1. Сколькими способами можно поставить в ряд 7 человек, чтобы выполнить групповой портрет? 2. Запишите разложение бинома $(2x+a)^4$
Вариант	**Задача**
8	1. Требуется составить команду из 2 девочек и трех мальчиков, если девочек 5, а мальчиков 6. 2. Запишите разложение бинома $(a-2)^6$
9	**Задача**
	1. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг, если 2 определенные книги должны стоять рядом. 2. Запишите разложение бинома $(x+3)^4$
Вариант	**Задача**
10	1. Сколькими способами можно поставить в ряд шесть человек для выполнения группового портрета? 2. Запишите разложение бинома $(x-y)^5$
11	1. Четверо студентов получили разные оценки на экзамене. Сколько вариантов расставить оценки так, чтобы никакие два студента не имели одинаковые оценки? 2. Запишите разложение бинома $(2x-3y)^4$
Вариант	**Задача**
12	1. Городской совет состоит из мэра и 6 старейшин. Сколько различных комиссий можно сформировать из членов совета, если каждая комиссия состоит из 4-х человек и мэр города входит в каждую комиссию. 2. Запишите разложение бинома $(a-3)^5$
Вариант	**Задача**
13	1. Анкета социологического опроса содержит 7 вопросов. Сколько вариантов при задании вопросов в ходе интервью? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x+y)^8$ при слагаемом $x^5 y^3$.
Вариант	**Задача**
14	1. В офисе 8 рабочих мест. Сколько вариантов размещения

	сотрудников? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x+y)^8$ при слагаемом $x^2 y^6$.
Вариант	**Задача**
15	1. Сколькими способами можно поставить в ряд 5 человек, чтобы выполнить групповой портрет? 2. Запишите разложение бинома $(2x+a)^5$
Вариант	**Задача**
16	1. Требуется составить команду из 3 девочек и трех мальчиков, если девочек 5, а мальчиков 6. 2. Запишите разложение бинома $(a - 2)^5$
Вариант	**Задача**
17	1. Сколькими способами можно расставить на полке 5 книг, если 2 определенные книги должны стоять рядом. 2. Запишите разложение бинома $(x+1)^8$
Вариант	**Задача**
18	1. Сколькими способами можно поставить в ряд пять человек для выполнения группового портрета? 2. Запишите разложение бинома $(x-2y)^5$
Вариант	**Задача**
19	1. Четверо студентов получили разные оценки на экзамене. Сколько вариантов расставить оценки так, чтобы никакие два студента не имели одинаковые оценки? 2. Запишите разложение бинома $(3x-2y)^4$
Вариант	**Задача**
20	1. Анкета социологического опроса содержит 5 вопросов. Сколько вариантов при задании вопросов в ходе интервью? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x+y)^8$ при слагаемом $x^3 y^5$.
Вариант	**Задача**
21	1. В офисе 6 рабочих мест. Сколько вариантов размещения сотрудников? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x-y)^8$ при слагаемом $x^2 y^6$.
Вариант	**Задача**
22	1. Сколькими способами можно поставить в ряд 3 человека, человек выполнить групповой портрет? 2. Запишите разложение бинома $(2x+a)^6$
Вариант	**Задача**
23	1. Требуется составить команду из 2 девочек и трех мальчиков, если девочек 5, а мальчиков 6. 2. Запишите разложение бинома $(a - 2)^7$
Вариант	**Задача**
24	1. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг, если 2 определенные книги должны стоять рядом. 2. Запишите разложение бинома $(x+3)^5$
Вариант	**Задача**

25	1. Сколькими способами можно поставить в ряд пять человек для выполнения группового портрета? 2. Запишите разложение бинома $(x-2y)^6$
Вариант	
26	1.В офисе 10 рабочих мест. Сколько вариантов размещения сотрудников? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(2x+y)^8$ при слагаемом $x^2 y^6$.
Вариант	
27	1. Сколькими способами можно расставить на полке 8 книг, если 2 определенные книги должны стоять рядом. 2. Запишите разложение бинома $(x+4)^5$
Вариант	
28	1. Сколькими способами можно поставить в ряд 6 человек для выполнения группового портрета? 2. Запишите разложение бинома $(x-2y)^4$
Вариант	
29	1. Городской совет состоит из мэра и 7 старейшин. Сколько различных комиссий можно сформировать из членов совета, если каждая комиссия состоит из 5-ти человек и мэр города входит в каждую комиссию. 2. Запишите разложение бинома $(2a - 3)^5$
Вариант	
30	1.Анкета социологического опроса содержит 10 вопросов. Сколько вариантов при задании вопросов в ходе интервью? 2. Чему равен коэффициент разложения бинома $(x+y)^{10}$ при слагаемом $x^4 y^6$.
Вариант	
31	1. Сколькими способами можно поставить в ряд 8 человек для выполнения группового портрета? 2. Запишите разложение бинома $(x-3y)^7$
Вариант	
32	1.Трое студентов получили разные положительные оценки на экзамене. Сколько вариантов расставить оценки так, чтобы никакие два студента не имели одинаковые оценки? 2. Запишите разложение бинома $(3a-2y)^6$

Критерии:

№1 – 3 балла (правильно применены формулы и правила – 1б; верно выполнено решение – 1 балл; правильно записан ответ – 1б)

№2 – 3 балла (правильно применена формула – 1б; правильно выполнены вычисления – 2б(возведение в степени и преобразование выражения))

Итого: 6б – «5»

5б – «4»

3-4б – «3»

Практическая работа № 27

Тема: Решение уравнений

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

При решении показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений, необходимо свести его к одному или нескольким простейшим, решение которых уже ранее рассматривались, или к уже известным уравнения.

Основные способы решения уравнений:

1.Разложение на множители:

$6^{x+1} + 35 \cdot 6^{x-1} = 71$ Видим, что все степени с одинаковыми основаниями, перед x стоят одинаковые коэффициенты, вынесем за скобки степень с наименьшим показателем. (Выносим, значит делим, а при делении степеней с одинаковыми основаниями показатели вычитаются):

$6^{x-1}(6^2 + 35) = 71$ (в скобках не должно остаться x)

$6^{x-1} \cdot 71 = 71 \mid : 71$

$6^{x-1} = 1$

$6^{x-1} = 6^0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

2.Замена переменной (обычно сводим данное уравнение к квадратному):

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ В уравнении присутствует вторая степень, попытаемся свести его к квадратному, в квадратном уравнении нет синусов. Сделаем замену:

$\sin x = t$

$2t^2 + t - 1 = 0$

$t = \frac{1}{2}$ $\quad$ $t = 1$ Сделаем обратную замену, получим два тригонометрических уравнения, решим их.

$\mathrm{Sin}\, x = \frac{1}{2}$

$X_1 = \arcsin a + 2\pi n,\ n \in Z$

$X_1 = \arcsin \frac{1}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

$\underline{X_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z}$

$X_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n,\ n \in Z$

$X_2 = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

$\underline{X_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z}$

$\sin x = 1$

частный случай

$\underline{x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z}$

Так же бывают случаи, когда приходится сначала воспользоваться правилами или свойствами:

$\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$ $\qquad$ ОДЗ: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$ $\quad x \in (-1; \infty)$

$\log_3\big((x+1)(x+3)\big) = \log_3 3$

$X^2 + 4x + 3 = 3$

$X^2 + 4x = 0$

$X = 0, \in$ ОДЗ $\qquad$ $x = -4$ не $\in$ ОДЗ – посторонний корень

Ответ: $x = 0$

3.Функционально – графический метод

Чтобы решить уравнение данным методом, необходимо построить графики левой и правой частей уравнения. Абсциссы точек пересечения графика будут являться решениями уравнения. При использовании данного метода важно аккуратно и точно построить чертеж!

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Что означает решить уравнение?
2. Что означает, что одно уравнение является следствием другого?
3. Какие уравнения называются равносильными?
4. Какая разница между системой уравнений и совокупностью уравнений?
5. В чем суть метода разложения на множители при решении уравнения?
6. В чем суть метода замены переменной при решении уравнения?
7. В чем суть функционально – графического метода решения уравнения?
8. Какое уравнение называется показательным?
9. Алгоритм решения простейшего показательного уравнения?
10. Перечислить основные методы решения показательных уравнений.
11. Какое уравнение называется логарифмическим?
12. Алгоритм решения простейшего логарифмического уравнения?
13. Перечислить основные методы решения логарифмических уравнений.
14. Какое уравнение называется тригонометрическим?
15. Алгоритм решения простейшего тригонометрического уравнения?
16. Перечислить основные методы решения тригонометрических уравнений.

Задания для практического занятия:

Решить уравнение:

Вариант	Метод замены переменной	Разложение на множители	Функционально - графический
1	$2sin^2x - sinx - 3 = 0$	$\log_{\frac{2}{5}} x \cdot \log_3(2x+3) = 2\log_3(2x+3)$	$5^x = 6 - x$
2	$3cos^2x - cosx - 4 = 0$	$\log_{\frac{2}{3}}(3x-1) \cdot \log_5 x = 2\log_{\frac{2}{3}}(3x-1)$	$3^x = 4 - x$
3	$2sin^2x + 5sinx + 3 = 0$	$lgx \cdot \log_2(2x+5) = 3\log_2(2x+5)$	$2^x = 3 - x$
4	$5cos^2x - cosx - 6 = 0$	$\log_4 x \cdot ln(2x+1) = \frac{1}{2}ln(2x+1)$	$4^x = 5 - x$
5	$4sin^2x - sinx - 5 = 0$	$\log_{\frac{1}{4}} x \cdot \log_2(3x-2) = 3\log_2(3x-2)$	$6^x = 7 - x$
6	$5cos^2x + 11cosx + 6 = 0$	$\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \cdot \log_3 x = 4\log_{\frac{3}{4}}(2x+1)$	$7^x = 8 - x$
7	$3sin^2x - 8sinx + 5 = 0$	$lgx \cdot \log_3(3x-2) = 2\log_3(3x-2)$	$8^x = 9 - x$
8	$5cos^2x - 11cosx + 6 = 0$	$\log_9 x \cdot ln(7x-3) = \frac{1}{2}ln(7x-3)$	$2^x = 8 - 2x$
9	$4sin^2x - 9sinx + 5 = 0$	$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_4(x+1) = 4\log_4(x+1)$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x = x+3$
10	$5cos^2x - 12cosx + 7 = 0$	$\log_{\frac{4}{5}}(4x-3) \cdot \log_2 x = 3\log_{\frac{4}{5}}(4x-3)$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x+4$
11	$7sin^2x - 15sinx + 8 = 0$	$lgx \cdot \log_5(4x+1) = 4\log_5(4x+1)$	$\left(\frac{1}{4}\right)^x = x+5$
12	$3cos^2x - 12cosx + 10 = 0$	$\log_{49} x \cdot ln(9x+1) = \frac{1}{2}ln(9x+1)$	$\left(\frac{1}{5}\right)^x = x + 6$
13	$5sin^2x - 13sinx + 8 = 0$	$\log_{\frac{1}{3}} x \cdot \log_7(5x-1) = 2\log_7(5x-1)$	$\left(\frac{1}{6}\right)^x = x + 7$

14	$2cos^2x - 3cosx - 5 = 0$	$\log_{\frac{2}{5}}(x+7) \cdot \log_4 x = \frac{1}{2}\log_{\frac{2}{5}}(x+7)$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x = x+3$
15	$9sin^2x - 19sinx + 10 = 0$	$lgx \cdot \log_4(7x-2) = \log_4(7x-2)$	$2^x = 8 - 2x$
16	$4cos^2x - 3cosx - 7 = 0$	$\log_8 x \cdot ln(4x-5) = \frac{1}{3}ln(4x-5)$	$5^x = 6 - x$
17	$2sin^2x - 7sinx + 3 = 0$	$\log_{\frac{2}{3}} x \cdot \log_5(4x+3) = \log_5(4x+3)$	$3^x = 4 - x$
18	$2cos^2x + 5cosx - 3 = 0$	$\log_{\frac{3}{7}}(5x+2) \cdot \log_{25} x = \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{7}}(5x+2)$	$2^x = 3 - x$
19	$2sin^2x - 5sinx - 3 = 0$	$lgx \cdot \log_2(5x+2) = 3\log_2(5x+2)$	$4^x = 5 - x$
20	$2cos^2x + 7cosx + 3 = 0$	$\log_{27} x \cdot ln(5x+6) = \frac{1}{3}ln(5x+6)$	$6^x = 7 - x$
21	$2sin^2x - 5sinx + 2 = 0$	$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_3(2x-7) = 3\log_3(2x-7)$	$7^x = 8 - x$
22	$2cos^2x + 3cosx - 2 = 0$	$\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \cdot \log_3 x = 4\log_{\frac{3}{4}}(2x+1)$	$8^x = 9 - x$
23	$2sin^2x - 9sinx + 4 = 0$	$lgx \cdot \log_2(2x-3) = 2\log_2(2x-3)$	$\left(\frac{1}{7}\right)^x = x + 8$
24	$2cos^2x - 11cosx + 5 = 0$	$\log_{\frac{1}{64}} x \cdot ln(x+8) = \frac{1}{3}ln(x+8)$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x+11$
25	$2sin^2x - 9sinx - 5 = 0$	$\log_{\frac{2}{5}} x \cdot \log_4(7x+3) = 2\log_4(7x+3)$	$0{,}2^x = 6 + x$
26	$2cos^2x + 9cosx + 4 = 0$	$\log_{\frac{2}{3}}(3x-1) \cdot \log_2 x = \log_{\frac{2}{3}}(3x-1)$	$2^x = 8 - 2x$
27	$2sin^2x + 7sinx - 4 = 0$	$lgx \cdot \log_{\frac{1}{5}}(x+5) = 4\log_{\frac{1}{5}}(x+5)$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x+4$
28	$2cos^2x + 9cosx - 5 = 0$	$\log_{\frac{1}{125}} x \cdot ln(2x-3) = \frac{1}{3}ln(2x-3)$	$5^x = 6 - x$
29	$2sin^2x + 11sinx + 5 = 0$	$\log_{\frac{2}{3}} x \cdot \log_5(3x-1) = 3\log_5(3x-1)$	$\left(\frac{1}{6}\right)^x = x + 7$
30	$2cos^2x + 13cosx + 6 = 0$	$\log_{\frac{5}{9}}(4x+5) \cdot \log_9 x = \frac{1}{2}\log_{\frac{5}{9}}(4x+5)$	$5^x = 6 - x$
31	$2sin^2x - 11sinx - 6 = 0$	$lgx \cdot \log_{\frac{1}{4}}(2x-7) = \log_{\frac{1}{4}}(2x-7)$	$2^x = 3 - x$
32	$2cos^2x - 13cosx - 7 = 0$	$\log_4 x \cdot ln(9x+7) = \frac{1}{2}ln(9x+7)$	$8^x = 9 - x$

Критерии:
№1 – 4 балла (правильно выполнена замена – 0,5б; правильно решено квадратное уравнение – 1б; правильно решены простейшие уравнения – 2б; верно записан ответ – 0,5б)
№2 – 5 баллов (правильно перенесено слагаемое – 0,5б; правильно выполнено действие разложение на множители – 1б; правильно решены простейшие уравнения – 2б; выполнена проверка – 1б; верно записан ответ – 0,5б)
№3 – 3 балла правильно построен график левой части – 1б; правильно построен график правой части – 1б; правильно определена абсцисса точки пересечения графиков – 0,5б; верно записан ответ – 0,5б)
Итого: 11 – 12б – «5»
9-10б – «4»
7 – 8б – «3»

Практическая работа № 28

Тема: Решение систем уравнений

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;
2)Ответьте на теоретические вопросы
3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий
4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

1 Суть метода сложения: складывая уравнения в системе, исключаем одну из переменных (для этого у исключаемых переменных должны быть коэффициенты с противоположными знаками). Получаем уравнение относительно одной переменной, решаем его, затем, путем последовательных подстановок, находим остальные переменные). Делаем проверку!

2.Система может содержать различные виды уравнений. Такие системы обычно решается выражением какой-нибудь переменной из одного уравнения и подстановкой в другое. Делаем проверку!

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Перечислите основные методы решения систем уравнений.
2. Какая разница между системой уравнений и совокупностью уравнений?

Задания для практического занятия:

№1 Решить систему указанным методом

Метод алгебраического сложения	1) $\begin{cases} x^4 - y^4 = 15 \\ x^4 + y^4 = 17 \end{cases}$
	2) $\begin{cases} 2^{y+x} - 3^{x-y} = 1 \\ 2^{y+x} + 3^{x-y} = 3 \end{cases}$
	3) $\begin{cases} 2^{x+y} - \sqrt{2x+y} = 6 \\ 3\sqrt{2x+y} - 2^{x+2y} = -2 \end{cases}$
	4) $\begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5 \\ 2\log_2 x + 3\log_3 y = 0 \end{cases}$
	5) $\begin{cases} 2\sin 2x + tg3y = 2 \\ 6\sin 2x - 2tg3y = 1 \end{cases}$
Метод подстановки	1) $\begin{cases} y = x + 1 \\ 7^{2x+y} = 7^{y+x+4} \end{cases}$
	2) $\begin{cases} 2^{x+y} = 32 \\ 2^{3y-x} = 27 \end{cases}$
	3) $\begin{cases} lg\, x + lg\, y = 4 \\ x^{lg y} = 1000 \end{cases}$

№2 – Решить самостоятельно систему двумя методами:

Вариант		Вариант	
1	$\begin{cases} \log_2 x - \log_3 y = -5 \\ 2\log_2 x + 3\log_3 y = 0 \end{cases}$	**17**	$\begin{cases} 8\log_3 x - 3\log_4 y = 5 \\ \log_3 x + 2\log_4 y = 3 \end{cases}$
2	$\begin{cases} \log_3 x + \log_4 y = 4 \\ 3\log_3 x - 2\log_4 y = 2 \end{cases}$	**18**	$\begin{cases} \log_2 x - 5\log_5 y = 1 \\ 2\log_2 x + 3\log_5 y = 15 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \log_2 x - 2\log_5 y = -1 \\ 4\log_2 x + \log_5 y = 5 \end{cases}$	**19**	$\begin{cases} 4\log_5 x - \log_6 y = -1 \\ 2\log_5 x + 5\log_6 y = 5 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \log_6 x - 3\log_3 y = 2 \\ 6\log_6 x + 2\log_3 y = -8 \end{cases}$	**20**	$\begin{cases} 3\log_3 x + 2\log_2 y = 3 \\ -6\log_3 x + 5\log_2 y = 3 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3\log_5 x + \log_3 y = 2 \\ 2\log_5 x - \log_3 y = 3 \end{cases}$	**21**	$\begin{cases} 3\log_5 x + \log_3 y = 2 \\ 3\log_5 x - \log_3 y = 4 \end{cases}$
6	$\begin{cases} \log_4 x + 3\log_3 y = 3 \\ 5\log_4 x - 2\log_3 y = -2 \end{cases}$	**22**	$\begin{cases} 5\log_4 x + 3\log_3 y = 3 \\ 5\log_4 x - 3\log_3 y = 7 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2\log_7 x - 3\log_2 y = 1 \\ -3\log_7 x + 5\log_2 y = -2 \end{cases}$	**23**	$\begin{cases} 3\log_7 x - 3\log_2 y = 4 \\ -3\log_7 x + 5\log_2 y = -2 \end{cases}$
8	$\begin{cases} -4\log_2 x + 5\log_3 y = 3 \\ 3\log_2 x - \log_3 y = -5 \end{cases}$	**24**	$\begin{cases} -4\log_2 x + 5\log_3 y = 3 \\ 3\log_2 x - 5\log_3 y = -5 \end{cases}$
9	$\begin{cases} -2\log_3 x + 7\log_4 y = -5 \\ \log_3 x - 4\log_4 y = 1 \end{cases}$	**25**	$\begin{cases} -2\log_3 x + 7\log_4 y = -5 \\ 2\log_3 x - 4\log_4 y = 11 \end{cases}$
10	$\begin{cases} 10\log_2 x - 3\log_5 y = 8 \\ -5\log_2 x + 4\log_5 y = 1 \end{cases}$	**26**	$\begin{cases} 10\log_2 x - 3\log_5 y = 8 \\ -5\log_2 x + 3\log_5 y = 2 \end{cases}$
11	$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 1 \\ 3\log_2 x - 2\log_4 y = 3 \end{cases}$	**27**	$\begin{cases} \log_2 x + 2\log_4 y = 1 \\ 3\log_2 x - 2\log_4 y = 3 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 2\log_5 x - 3\log_7 y = 1 \\ -5\log_5 x + \log_7 y = 4 \end{cases}$	**28**	$\begin{cases} 2\log_5 x - 3\log_7 y = -1 \\ -5\log_5 x + 3\log_7 y = 4 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 3\log_2 x + 4\log_3 y = 5 \\ 4\log_2 x + 5\log_3 y = 8 \end{cases}$	**29**	$\begin{cases} 3\log_2 x + 4\log_3 y = -1 \\ 4\log_2 x - 4\log_3 y = 8 \end{cases}$
14	$\begin{cases} 5\log_3 x - \log_4 y = -1 \\ \log_3 x + 5\log_4 y = 5 \end{cases}$	**30**	$\begin{cases} \log_2 x - 5\log_3 y = 4 \\ 4\log_2 x + 5\log_3 y = 6 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 4\log_2 x + 5\log_3 y = 1 \\ 2\log_2 x - \log_3 y = -3 \end{cases}$	**31**	$\begin{cases} 4\log_2 x + 2\log_3 y = -2 \\ \log_2 x - 2\log_3 y = -3 \end{cases}$

16	$\begin{cases} 9\log_3 x + 2\log_5 y = 4 \\ -3\log_3 x + 4\log_5 y = 8 \end{cases}$	**32**	$\begin{cases} \log_3 x - 4\log_5 y = 4 \\ -3\log_3 x + 4\log_5 y = -2 \end{cases}$

Критерии:

«5» - система решена верно двумя методами

«4» - система решена верно одним методом, при решении системы другим методом – допущена вычислительная ошибка

«3» - решена верно одним методом или допущены вычислительные ошибки в обоих методах

Практическая работа № 29

Тема: Решение неравенств и систем неравенств

Методические рекомендации по выполнению работы:

1)Ознакомьтесь с краткими теоретическими сведениями и решениями типовых задач;

2)Ответьте на теоретические вопросы

3)Внимательно ознакомьтесь с критериями оценивания заданий

4)Выполните самостоятельно задания, учитывая критерии оценивания.

Краткие теоретические сведения:

При решении неравенств используются те же методы, что и при решении уравнений. Так же следует помнить о методе интервалов. Учитывать область допустимых значений. Так, например, решение логарифмического неравенства сводится к решению системы неравенств.

$\log_2(x+2) < 3$

$$\log_2(x+2) < \log_2 2^3$$

a = 2 > 1,функция возрастает, знак не меняется

$$\begin{cases} x+2 < 2^3 \\ x+2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2 < 8 \\ x+2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 6 \\ x > -2 \end{cases}$$

Ответ: x ∈ (- 2; 6)

Вопросы для проверки готовности студента к практической работе:

1. Что значит решить неравенство?

2. Какие неравенства называются равносильными?

3. В чем состоит алгоритм решения неравенства обобщенным методом интервалов?

Задания для практического занятия:

Решить неравенства:

Вариант	Функционально-графическим методом	Метод интервалов	
1	$7^x > 8 - x$	$lgx \cdot \log_{\frac{1}{4}}(2x-7) < \log_{\frac{1}{4}}(2x-7)$	$\frac{2x-3}{4-x} \le \frac{1}{x}$

2	$8^x < 9 - x$	$\log_4 x \cdot ln(9x+7) \geq \frac{1}{2} ln(9x+7)$	$\frac{x-1}{x(x-3)} > 0$
3	$\left(\frac{1}{7}\right)^x \geq x+8$	$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_3(2x-7) > 3\log_3(2x-7)$	$\frac{3x-1}{2x+5} < 3$
4	$\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq x+11$	$\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \cdot \log_3 x \leq 4\log_{\frac{3}{4}}(2x+1)$	$\frac{x(x-2)}{1+x} \geq 0$
5	$0{,}2^x > 6 + x$	$lgx \cdot \log_2(2x-3) \geq 2\log_2(2x-3)$	$\frac{7x+4}{3-2x} > 2$
6	$2^x < 8 - 2x$	$\log_{\frac{1}{64}} x \cdot ln(x+8) < \frac{1}{3} ln(x+8)$	$\frac{4-x}{x(6-x)} \leq 0$
7	$\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq x+4$	$\log_{\frac{2}{5}} x \cdot \log_4(7x+3) > 2\log_4(7x+3)$	$\frac{3x+1}{x-2} < 1$
8	$5^x \leq 6 - x$	$\log_{\frac{2}{3}}(3x-1) \cdot \log_2 x \leq \log_{\frac{2}{3}}(3x-1)$	$\frac{2x-3}{4-x} > \frac{1}{x}$
9	$\left(\frac{1}{6}\right)^x > x+7$	$lgx \cdot \log_{\frac{1}{5}}(x+5) < 4\log_{\frac{1}{5}}(x+5)$	$\frac{x}{2x+3} \geq \frac{1}{x}$
10	$5^x \geq 6 - x$	$\log_{\frac{1}{125}} x \cdot ln(2x-3) \geq \frac{1}{3} ln(2x-3)$	$\frac{x-1}{x(x-3)} < 0$
11	$2^x < 3 - x$	$\log_{\frac{2}{3}} x \cdot \log_5(3x-1) > 3\log_5(3x-1)$	$\frac{x(x-2)}{1+x} > 0$
12	$8^x > 9 - x$	$\log_{\frac{5}{9}}(4x+5) \cdot \log_9 x \leq \frac{1}{2}\log_{\frac{5}{9}}(4x+5)$	$\frac{3x-1}{2x+5} > 3$
13	$\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq x+5$	$\log_{\frac{2}{5}} x \cdot \log_3(2x+3) > 2\log_3(2x+3)$	$\frac{7x+4}{3-2x} < 2$
14	$\left(\frac{1}{5}\right)^x \geq x+6$	$\log_{\frac{2}{3}}(3x-1) \cdot \log_5 x < 2\log_{\frac{2}{3}}(3x-1)$	$\frac{2x-3}{4-x} < \frac{1}{x}$
15	$\left(\frac{1}{6}\right)^x < x+7$	$lgx \cdot \log_2(2x+5) \geq 3\log_2(2x+5)$	$\frac{4-x}{x(6-x)} \geq 0$
16	$\left(\frac{1}{2}\right)^x > x+3$	$\log_4 x \cdot ln(2x+1) \leq \frac{1}{2} ln(2x+1)$	$\frac{3x+1}{x-2} > 1$
17	$2^x \geq 8 - 2x$	$\log_{\frac{1}{4}} x \cdot \log_2(3x-2) < 3\log_2(3x-2)$	$\frac{x(x-2)}{1+x} \leq 0$
18	$5^x < 6 - x$	$\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \cdot \log_3 x > 4\log_{\frac{3}{4}}(2x+1)$	$\frac{x}{2x+3} < \frac{1}{x}$
19	$3^x \leq 4 - x$	$lgx \cdot \log_3(3x-2) \geq 2\log_3(3x-2)$	$\frac{x-1}{x(x-3)} \geq 0$
20	$2^x > 3 - x$	$\log_9 x \cdot ln(7x-3) \leq \frac{1}{2} ln(7x-3)$	$\frac{7x+4}{3-2x} \geq 2$
21	$4^x \geq 5 - x$	$\log_{\frac{1}{2}} x \cdot \log_4(x+1) > 4\log_4(x+1)$	$\frac{3x-1}{2x+5} \leq 3$
22	$6^x < 7 - x$	$\log_{\frac{4}{5}}(4x-3) \cdot \log_2 x < 3\log_{\frac{4}{5}}(4x-3)$	$\frac{x}{2x+3} > \frac{1}{x}$

23	$\left(\frac{1}{4}\right)^x > x+5$	$\log_{\frac{2}{5}} x \cdot \log_3(2x+3) \le 2\log_3(2x+3)$	$\frac{2x-3}{4-x} \ge \frac{1}{x}$
24	$5^x \le 6-x$	$lgx \cdot \log_5(4x+1) \ge 4\log_5(4x+1)$	$\frac{3x+1}{x-2} \ge 1$
25	$3^x > 4-x$	$\log_{49} x \cdot ln(9x+1) < \frac{1}{2} ln(9x+1)$	$\frac{x}{2x+3} \le \frac{1}{x}$
26	$2^x \ge 3-x$	$\log_{\frac{1}{3}} x \cdot \log_7(5x-1) \ge 2\log_7(5x-1)$	$\frac{4-x}{x(6-x)} > 0$
27	$4^x < 5-x$	$\log_{\frac{2}{5}}(x+7) \cdot \log_4 x > \frac{1}{2}\log_{\frac{2}{5}}(x+7)$	$\frac{7x+4}{3-2x} \le 2$
28	$6^x > 7-x$	$lgx \cdot \log_4(7x-2) \le \log_4(7x-2)$	$\frac{x(x-2)}{1+x} < 0$
29	$7^x \le 8-x$	$\log_8 x \cdot ln(4x-5) > \frac{1}{3} ln(4x-5)$	$\frac{3x+1}{x-2} \ge 1$
30	$8^x > 9-x$	$\log_{\frac{2}{3}} x \cdot \log_5(4x+3) < \log_5(4x+3)$	$\frac{x-1}{x(x-3)} \le 0$
31	$2^x \le 8-2x$	$\log_{\frac{3}{7}}(5x+2) \cdot \log_{25} x \le \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{7}}(5x+2)$	$\frac{4-x}{x(6-x)} < 0$
32	$\left(\frac{1}{2}\right)^x < x+3$	$lgx \cdot \log_2(5x+2) \ge 3\log_2(5x+2)$	$\frac{3x-1}{2x+5} \ge 3$

Критерии:

№1 – 2 балла (правильно построены графики – 1б; правильно записан ответ – 1б)

№2 – 5 баллов (верно введена функция – 1б; верно определена ОДЗ – 1б; верно найдены нули функции – 1б; верно определены знаки на промежутках – 1б; верно записан ответ – 1б)

№3 – 5 баллов (правильно перенесено слагаемое – 0,5б; правильно выполнено действие разложение на множители – 1б; правильно решены простейшие уравнения – 2б; выполнена проверка – 1б; верно записан ответ – 0,5б)

Итого: 11-12 б – «5»

9-10б – «4»

7 – 8б – «3»

Информационное обеспечение обучения. Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет - ресурсов, дополнительной литературы:

Основная литература:

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни: учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2022. – 463, [1] с.: ил.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 -11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Л.С. Атанасян и др.]. – 10 – е изд., стер. – М.: Просвещение, 2022. – 287 с.: ил. – (МГУ – школе).