ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по учебной дисциплине

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для специальности

08.02.05 Строительство и эксплуатация автомобильных дорог и аэродромов

базовая подготовка

среднего профессионального образования

Иркутск 2024 г.

РАССМОТРЕНО:

ЦМК математики, физики,

географии, биологии, химии

Председатель ЦМК:

Новикова Т.П.

Протокол № 8

от «11» апреля 2024г.

Составитель**:** Новикова Т.П., преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

Содержание:

Предисловие.

Учебно-методическое пособие содержит задания для практических работ, предназначенные для более глубокого изучения дисциплины; систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений; углубления и расширения теоретических и практических знаний; формирования умений использовать специальную, справочную литературу, а также содержит методические указания по выполнению предложенных заданий и список литературы, необходимой для изучения дисциплины.

Использование данного методического пособия в учебном процессе позволит каждому студенту освоить теоретический материал, даст возможность применить полученные знания на практике.

Универсальная шкала оценивания

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 8	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Практическая работа № 1. Вычисление степени числа i

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки нахождения степени числа i
Объем времени: 2ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое мнимая единица?
- Как вычисляют степени мнимой единицы? (пример).

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)
Вычислить i^{1276}; i^{90}; i^{7651}; i^{94861}.

3) Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)
Вычислить: №№ 150, гл.1 (образец), 151, 152,154

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

Вариант 1

1. Вычислить i^{3455}; i^{7960}; i^{52081}; i^{1232}.

Вариант 2

1. Вычислить i^{17185}; i^{20}; i^{9863}; i^{8618}.

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 2. Выполнение действий над комплексными числами в алгебраической форме

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме записи.
Объем времени: 2ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называютсяч чисто мнимыми, равными, сопряженными?
- Как записывается комплексное число в алгебраической форме?
- Как выполняются сложение , вычитание ,умножение комплексных чисел в алгебраической форме? (пример).
- Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?(пример)
- Что называется модулем и аргументом комплексного числа? Запишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)
Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\dfrac{7-2i}{3+4i}$; б) $(6-i)(2+5i)$; в) $(7-2i)-(4+3i)$.

3) Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)
Выполнить действия в алгебраической форме записи:
а) сложение и умножение: №№165 (образец), 166, 170, 173 (сложение);
174, 177, 180, 184, 195 (умножение)
б) деление: №№198 (образец), 199, 203, 205
в) на все действия: №№211, 213, 215.

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

Вариант 1

Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\dfrac{1+4i}{3i-1}$; б) $(4+i)(2-2i)$; в) $(-6+2i)+(-6-2i)$

Вариант 2

Выполнить действия в алгебраической форме записи:

а) $\dfrac{2-3i}{4+5i}$; б) $(5-4i)(3+2i)$; в) $(3+5i)-(6+3i)$

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 3. Переход от алгебраической формы комплексного числа к геометрической, тригонометрической и показательной

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки перехода от алгебраической формы комплексного числа к геометрической, тригонометрической и показательной

Объем времени: 2ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Что такое мнимая единица? Как вычисляют степени мнимой единицы? (пример).
- Какое число называется комплексным?
- Какие комплексные числа называютсяч чисто мнимыми, равными, сопряженными?
- Как геометрически изображаются комплексные числа?
- Как записывается комплексное число в алгебраической форме?
- Как выполняются сложение , вычитание ,умножение комплексных чисел в алгебраической форме? (пример).
- Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?(пример)
- Что называется модулем и аргументом комплексного числа? Запишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
- Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?
- Как записывается комплексное число в показательной форме?

- Как выполнить переход от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической? к показательной?
- Как выполнить переход от тригонометрической формы комплексного числа к алгебраической? От показательной ?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = 7 - 7i\sqrt{3}$ б) $z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ в)$z_3 = 3i$

2. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = -5 - 5i$ б) $z_2 = -\sqrt{3} - i$ в)$z_3 = -3i$

3. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 4(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3})$ б) $z = 5e^{\frac{3\pi i}{4}}$

3) Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)

1. Записать комплексное число в тригонометрической форме:
№№223-225, гл.1(образец), 226, 230, 231.
2. Записать комплексное число в показательной форме:
№№235 (образец) 248, 249, 253.
3. Записать комплексное число алгебраической в форме:
№№236 (образец) 243, 246, 247.

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

<u>Вариант 1</u>

1. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$ б) $z_2 = -1 + i$ в)$z_3 = -i$

2. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ б) $z_2 = 8 - 8i\sqrt{3}$ в)$z_3 = 2i$

3. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 3(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$ б) $z = 5e^{\frac{2\pi i}{3}}$

<u>Вариант 2</u>

1. Записать комплексное число в тригонометрической форме:

а) $z_1 = \sqrt{3} + i$ б) $z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$ в)$z_3 = 7i$

2. Записать комплексное число в показательной форме:

а) $z_1 = -3\sqrt{3}i + 3i$ б) $z_2 = 2 + 2i$ в)$z_3 = -5i$

3. Записать комплексное число алгебраической в форме:

а) $z = 8(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})$ б) $z = 2e^{\frac{11\pi i}{6}}$

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа №4 Решение задач с комплексными числами

Объем времени: 2ч

Оценочное индивидуальное задание
Индивидуальное задание

Текст задания: индивидуальная работа состоит из 4 заданий 32 вариантов.

Критерии оценки: каждое верно выполненное задание оценивается в 1 балл.

№ 1 – 1 балл

№2 – 4 балла

№3 – 1 балл

№4 – 2 балла

Итого:

Кол-во баллов	Оценка
8	«5»
6-7	«4»
4-5	«3»
3 и менее	«2»

Вариант	Вычислите	Выполните действия а)$z_1 + z_2$; б)$z_1 - z_2$; в)$z_1 \cdot z_2$; г)$z_1 \div z_2$,	Изобразите геометрически	Запишите z_3 в тригонометрической и показательной форме
1	i^{78940}	z_1=1-2i; $z_2 = 2 + i$	z_1=1-2i;	z_3=3-3i;
2	i^{78533}	z_1=2-4i; $z_2 = 5 + i$	z_1=2-4i	z_3=$\sqrt{3}$-i;
3	i^{34962}	z_1=3-5i; $z_2 = 2 + i$	z_1=3-5i;	z_3=3
4	i^{45675}	z_1=4-7i; $z_2 = 3 + i$	z_1=4-7i;	z_3=-10
5	i^{56784}	z_1=7-4i; $z_2 = 1 + 4i$	z_1=7-4i;	z_3=6i;

6	i^{67893}	z_1=-2i; $z_2 = 9 - 3i$	z_1=-2i	z_3=-5i;
7	i^{78910}	z_1=6i; $z_2 = 4 - 5i$	z_1=6i;	z_3=$\frac{\sqrt{3}}{2}$-$\frac{1}{2}$ i
8	i^{89103}	z_1=10i; $z_2 = 8 - 7i$	z_1=10i	z_3=$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ i
9	i^{91016}	z_1=-i; $z_2 = 5 - 4i$	z_1=-i	z_3=$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
10	i^{23765}	z_1=8i; $z_2 = 1 - 6i$	z_1=8i	z_3=1-i;
11	i^{72318}	z_1=-2+2i; $z_2 = 3i$	z_1=-2+2i	z_3=-1+i;
12	i^{61327}	z_1 =-3-4i; $z_2 = -8i$	z_1 =-3-4i;	z_3=2+2i;
13	i^{24600}	z_1=-4+5i; $z_2 = 7i$	z_1=-4+5i;	z_3=-2-2i;
14	i^{785}	z_1=5-2i; $z_2 = -4i$	z_1=5-2i	z_3=-3+3i;
15	i^{853}	z_1=6+i; $z_2 = 5i$	z_1=6+i	z_3=$-\sqrt{3}$-i;
16	i^{534}	z_1=1-2i; $z_2 = 2 + 3i$	z_1=1-2i;	z_3=-7i
17	i^{535}	z_1=2+2i; $z_2 = 9i$	z_1=2+2i;	z_3=4
18	i^{856}	z_1=-2i; $z_2 = +3i$	z_1=-2i;	z_3=-5
19	i^{9397}	z_1=i; $z_2 = 7 + 3i$	z_1=i	z_3=-5i;
20	i^{2250}	z_1=2-i; $z_2 = 2 + i$	z_1=2-i	z_3=$-\frac{\sqrt{3}}{2}$+$\frac{1}{2}$ i
21	i^{3139}	z_1=$-4i$; $z_2 = 3i$	z_1=$-4i$	z_3=-1+i;
22	i^{1148}	z_1=-2i; $z_2 = i$	z_1=-2i	z_3=$-\frac{\sqrt{3}}{2}$+$\frac{1}{2}$ i
23	i^{75401}	z_1=2-7i; $z_2 = 1 - 2i$	z_1=2-7i;	z_3=$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
24	i^{466}	z_1=1-2i; $z_2 = 1 + 2i$	z_1=1-2i;	z_3=-2
25	i^{725}	z_1=4+2i; $z_2 = 5 - i$	z_1=4+2i;	z_3=-8i;

26	i^{78941}	z_1=1+2i; $z_2 = 2 - i$	z_1=1-7i;	z_3=3-3i;
27	i^{34963}	z_1=3+5i; $z_2 = 2 - i$	z_1=3+5i;	z_3=3
28	i^{56785}	z_1=7+4i; $z_2 = 1 - 4i$	z_1=3-4i;	z_3=6i;
29	i^{78911}	z_1=6i; $z_2 = 4 + 5i$	z_1=6i;	$z_3=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$
30	i^{91017}	z_1=i; $z_2 = 2 - 4i$	z_1=-i	$z_3=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$
31	i^{72319}	z_1= -2-2i; $z_2 = 3i$	z_1=-2+2i	z_3=-1+i;
32	i^{24601}	z_1=4+5i; $z_2 = 7i$	z_1=-4-5i;	z_3=-2-2i;

Практическая работа №5.Вычисление пределов функций

Цель работы: формировать умение исследовать функцию на непрерывность и умение вычислять пределы.

Объем времени: 2ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Что понимают под пределом функции на бесконечности?
- Что понимают под пределом функции в точке?
- Какая функция называется непрерывной в точке $x = a$? на промежутке X?
- Какие арифметические операции можно выполнять над пределами?
- Как вычислить предел во внутренней точке области определения любой элементарной функции?
- Какая функция называется бесконечно малой (бесконечно большой) в точке $x = a$? на бесконечности?
- Какова взаимосвязь между бесконечно малыми и бесконечно большими?
- Каковы основные приемы раскрытия неопределенностей $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$,
    - $0 \cdot \infty, \infty - \infty, 1^{\infty}$?
- Какую точку $x = a$ называют точкой разрыва 1 рода?
- Какую точку $x = a$ называют точкой разрыва 2 рода?
- Какую точку $x = a$ называют точкой устранимого разрыва?
- В чем суть исследования функции на непрерывность?
- Что такое асимптота графика функции? какие существуют виды асимптот? Как найти вертикальные асимптоты? наклонные асимптоты?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции. $f(x) = \begin{cases} x-2, x<0, \\ (x-1)^2, 0 \le x < 2, \\ -x+3, x \ge 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$a)\ f(x) = \frac{x+4}{2x^2+7x-4}$, b) $f(x) = \frac{2x^2+7x-4}{x+4}$

3.Вычислить пределы функций

1) $\lim_{x\to\frac{n}{m}} \frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m}$ 2) $\lim_{x\to\infty} \frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$

2) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+mx+n}-\sqrt{x^2-nx+m})$ 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin n\cdot x}{m\cdot x}$ 5) $\lim(_{x\to\infty}\frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n})^{(m+n)\cdot x}$

Вариант	m	n
1.	3	4
2.	4	5
3.	6	7

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции. $f(x) = \begin{cases} -x+1, x \le -1, \\ x^2-1\ \ , -1 < x \le 2, \\ 3, x > 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$a)\ f(x) = \frac{x+7}{x^2+6x-7}$, b) $f(x) = \frac{x^2+6x-7}{x+7}$

3.Вычислить пределы функций

3) $\lim_{x\to\frac{n}{m}} \frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m}$ 2) $\lim_{x\to\infty} \frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$

4) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+m\cdot x+n}-\sqrt{x^2-n\cdot x+m})$ 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin n\cdot x}{m\cdot x}$

5) 5) $\lim(_{x\to\infty}\frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n})^{(m+n)\cdot x}$

Вариант	m	n
1.	8	9
2.	6	4
3.	4	3

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 6. Вычисление пределов функций

Объем времени: 2ч

Оценочное индивидуальное задание

Вычисление пределов.

Текст задания: индивидуальная работа состоит из 5 заданий 32 вариантов.

Критерии оценки: каждое верно выполненное задание оценивается в 1 балл. Итого:

Кол-во баллов	Оценка
5	«5»
4	«4»
3	«3»
2 и менее	«2»

Вариант	**Вычислить предел функции:**				
1	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^2-x^3+4}{5-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-2}{x^3+1}$	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 12x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}$
2	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+3}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4+2x-2}{1-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{4x^2+x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 10x}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{2x}$
3	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{3x+x^4-1}{2x+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-2}{x^3+5x}$	$\lim\limits_{x\to 6}\frac{x-6}{3-\sqrt{x+3}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sin 3x}{x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{1}{x}}$
4	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{13-2x+x^2}{1-3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+5x^3}{4x^3+12}$	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{4x-x^3}{x+2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{2x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{3x}\right)^{x}$
5	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{7x-2x^3}{x^2+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6x^5+x-3}{x^5-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{5x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\frac{x}{3}\right)^{\frac{2}{x}}$
6	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+x+4}{5x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+2x-x^7}{3x^5-1}$	$\lim\limits_{x\to -5}\frac{2x+10}{25-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{5\sin 4x}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{7x}$
7	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^2-x^3+4}{5-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4+2x-2}{1-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to 6}\frac{x-6}{3-\sqrt{x+3}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{2x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\frac{x}{3}\right)^{\frac{5}{x}}$
8	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+2x-4}{5+x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-2}{x^3+1}$	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{4x^2+x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sin 3x}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{4}{3x}\right)^{x}$
9	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+3}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-2}{x^3+5x}$	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{4x-x^3}{x+2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{5x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{7x}$
10	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{3x+x^4-1}{2x+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+5x^3}{4x^3+12}$	$\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{5\sin 4x}{x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}$
11	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{13-2x+x^2}{1-3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6x^5+x-3}{x^5-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to -5}\frac{2x+10}{25-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 12x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{2x}$
12	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{7x-2x^3}{x^2+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+2x-x^7}{3x^5-1}$	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 10x}{x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{1}{x}}$

13	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x+4}{5x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2}{x^3+1}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2+x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 3x}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{3x}\right)^{x}$
14	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-x^3+4}{5-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2}{x^3+5x}$	$\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 10x}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{7x}$
15	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x-2}{x^3+x}$	$\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{2x+10}{25-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{5x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{1}{x}}$
16	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x+x^4-1}{2x+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^5+x-3}{x^5-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{3-\sqrt{x+2}}{x^2-49}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5\sin 4x}{x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}$
17	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{13-2x+x^2}{1-3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+5x^3}{4x^3+12}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 12x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{2x}$
18	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+2x-x^7}{3x^5-1}$	$\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x-6}{3-\sqrt{x+3}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{2x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{5}{x}}$
19	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-x+4}{1+x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^4-2}{x^3+x}$	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{1-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-6x)^{\frac{1}{x}}$
20	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7x-2x^3}{x^2+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2}{2x^3+5x}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-3x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5\sin 4x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$
21	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-4}{5+x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+2x-2}{1-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-1}{x^2-2x-3}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 10x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{3x}\right)^{x}$
22	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+6}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^5+x-3}{x^5-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x-10}{25-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 3x}{5x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-4x)^{\frac{2}{x}}$
23	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-4}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+5x^3}{4x^3+2}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+7x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+5x)^{\frac{3}{x}}$
24	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7-2x+x^2}{1-3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+4x-x^7}{x^5-1}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{x^2-2x-3}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 4x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{3x}$
25	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x-2}{x^3+x}$	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{1-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 15x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{1}{x}}$
26	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x+x^4-1}{2x+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2}{x^3+5x}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{46+x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 2x}{5x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-5x)^{\frac{2}{x}}$
27	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3-2x+x^2}{1-3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4+2x-1}{1-2x^4}$	$\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x-6}{3-\sqrt{x+3}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 12x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}$
28	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3}{1-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5-1}{x^3+2x}$	$\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{2x+10}{25-x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{2x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{3x}\right)^{x}$
29	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-x^3+7}{5-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^5+4x-3}{2x^5-x^4}$	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x-x^3}{x+2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 3x}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{3x}\right)^{x}$

30	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7x-5x^3}{x^2+1}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+6x^3}{4x^3+12}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x^2-2x-3}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{2x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{x}\right)^{3x}$
31	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x-4}{x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x-2}{x^3+x}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+7x}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5\sin 4x}{3x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{4x}$
32	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+6}{2-x}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-2}{4x^3+3x}$	$\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{3-\sqrt{x+2}}{x^2-49}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 11x}{2x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1-4x)^{\frac{1}{x}}$

Практическая работа № 7 Исследование функции на непрерывность

Цель работы: формировать умение исследовать функцию на непрерывность и умение вычислять пределы.

Объем времени: 2ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Что понимают под пределом функции на бесконечности?
- Что понимают под пределом функции в точке?
- Какая функция называется непрерывной в точке $x = a$? на промежутке X?
- Какие арифметические операции можно выполнять над пределами?
- Как вычислить предел во внутренней точке области определения любой элементарной функции?
- Какая функция называется бесконечно малой (бесконечно большой) в точке $x = a$? на бесконечности?
- Какова взаимосвязь между бесконечно малыми и бесконечно большими?
- Каковы основные приемы раскрытия неопределенностей $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$,
    - $0\cdot\infty, \infty-\infty, 1^{\infty}$?
- Какую точку $x = a$ называют точкой разрыва 1 рода?
- Какую точку $x = a$ называют точкой разрыва 2 рода?
- Какую точку $x = a$ называют точкой устранимого разрыва?
- В чем суть исследования функции на непрерывность?
- Что такое асимптота графика функции? какие существуют виды асимптот? Как найти вертикальные асимптоты? наклонные асимптоты?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции. $f(x) = \begin{cases} x-2, x<0, \\ (x-1)^2, 0\le x<2, \\ -x+3, x\ge 2. \end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$a)\ f(x) = \frac{x+4}{2x^2+7x-4}$, b) $f(x) = \frac{2x^2+7x-4}{x+4}$

3.Вычислить пределы функций

6) $\lim_{x\to\frac{n}{m}}\frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m}$ 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$

7) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+mx+n}-\sqrt{x^2-nx+m})$ 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin n\cdot x}{m\cdot x}$ 5) $\lim(_{x\to\infty}\frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n})^{(m+n)\cdot x}$

Вариант	m	n
1.	3	4
2.	4	5
3.	6	7

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на непрерывность в точках 1,2. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Построить график функции. $f(x)=\begin{cases}-x+1, x\le -1,\\ x^2-1\ \ , -1<x\le 2,\\ 3, x>2.\end{cases}$

2. Исследовать функцию на непрерывность. Определить характер разрывов функции, если они существуют. Найти асимптоты графика функции.

$a)$ $f(x)=\frac{x+7}{x^2+6x-7}$, b) $f(x)=\frac{x^2+6x-7}{x+7}$

3.Вычислить пределы функций

8) $\lim_{x\to\frac{n}{m}}\frac{x^2-(m^2+n^2)\cdot x+m\cdot n}{x-m}$ 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{m\cdot x^2-m\cdot x+n}{n\cdot x^2-n\cdot x+m-n}$

9) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+m\cdot x+n}-\sqrt{x^2-n\cdot x+m})$ 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin n\cdot x}{m\cdot x}$

10) 5) $\lim(_{x\to\infty}\frac{m\cdot x-n}{m\cdot x+n})^{(m+n)\cdot x}$

Вариант	m	n
1.	8	9
2.	6	4
3.	4	3

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 8. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Производная сложной функции

Цель работы: формировать умение вычислять производные функции
Объем времени: 2ч

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- 1.Что называют производной функции $y=f(x)$ в данной точкеx_0?
- Каков геометрический смысл производной?
- В чем заключается физический смысл производной?

- 4.Что называют производной второго порядка и каков ее физический смысл?
- Как найти производную сложной функции?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Найти производную функции:

1) а) $y = 2x^3 - 5x^2 + 7$ б) $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$ в)$y = x^3 \cdot \sin x$ г) $y = \ln(2x^2 - 1)$

2. Найти скорость изменения функции в точке с абсциссой $x_0 = 2$
$f(x) = x^3 - x^2 + 5x - 6$

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Найти производную функции:

В1. а) $y = - x^3 + 6x^2 - 9x + 3$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+5}$ в) $y = 3x \cdot \cos x$

В2. а) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ б) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+3}$ в) $y = x^5 \cdot \ln x$

В3. а) $y = - 2x^3 - 3x^2 + 1$ б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-4}$ в) $y = 2x \cdot e^x$

2. Найти скорость изменения функции в точке с абсциссой x_0
В1. $y = 3x^2 - 2x + 5$, $x_0 = 2$
В2 $y = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$, $x_0 = 0$
В2 $y = 2x^4 + x^2 - 6$, $x_0 = 1$

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 9

Исследование функции на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке

Цель работы: формировать умение исследовать функции с помощью производной и строить графики функций.

Объем времени: 2ч

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- 1.Что называют производной функции $y = f(x)$ в данной точкеx_0?
- Каков геометрический смысл производной?
- В чем заключается физический смысл производной?
- 4.Что называют производной второго порядка и каков ее физический смысл?
- Как найти производную сложной функции?
- В чем заключается признак возрастания и убывания функции? признак существования экстремума?

- 7.Как с помощью первой производной исследовать функцию на монотонность и экстремумы?
- Как отыскивают экстремумы функции с помощью второй производной? Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума – положительна?
- В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
- Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба

1) а) $y = x^3 - 3x^2 + 4$ б) $f(x) = \frac{x^2}{2x+3}$

2. Найти наибольшее и наименьшее на отрезке $[0; 6]$ значения функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 16$

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Исследовать функцию на экстремум, найти точки перегиба

В1. а) y= - x^3+6x^2- 9x+3 б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x+5}$

В2. а) y= 2x^3+3x^2- 1 б) $f(x) = \frac{x^2-4}{x+3}$

В3. а) y= - 2x^3-3x^2+1 б) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-4}$

2. Найти наибольшее и наименьшее на отрезке $[m; n]$ значения функции $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Вариант	a	b	c	d	m	n
1	-1	9	48	5	-3	10
2	1	-18	105	-35	4	8
3	-1	-3	-45	6	-6	4

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 10.Функция двух переменных. Частные производные и полный дифференциал функции двух переменных

Цель работы: формировать умение нахождения производных функции двух независимых переменных

Объем времени: 2ч

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Что называют называют функцией двух независимых переменных?
- Как найти производные первого порядка функции двух независимых переменных?
- Что такое частные производные?
- Как найти производные второго порядка функции двух независимых переменных?
- Что такое смешанные производные?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Дана функция $z = x^4 \cdot \sin y$. Найти производные: Z'_x , Z'_y , Z''_{xx} , Z''_{yy} , Z''_{xy} , Z''_{yx}

Решение:

$Z'_x = (x^4 \cdot \sin y)'_x = (x^4)' \cdot \sin y = 4x^3 \cdot \sin y$

$Z'_y = (x^4 \cdot \sin y)'_y = x^4 \cdot (\sin y)' = x^4 \cdot \cos y$

$Z''_{xx} = (4x^3 \cdot \sin y)'_x = (4x^3)' \cdot \sin y = 12x^2 \cdot \sin y$

$Z''_{yy} = (x^4 \cdot \cos y)'_y = x^4 \cdot (\cos y)' = x^4 \cdot (-\sin y) = -x^4 \cdot \sin y$

$Z''_{xy} = (4x^3 \cdot \sin y)'_y = 4x^3 \cdot (\sin y)' = 4x^3 \cdot \cos y$

$Z''_{yx} = (x^4 \cdot \cos y)'_x = (x^4)' \cdot \sin y = 4x^3 \cdot \cos y$

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

Дана функция $z = f(x,y)$. Найти производные: Z'_x , Z'_y , Z''_{xx} , Z''_{yy} , Z''_{xy} , Z''_{yx}

В1 $z = x^5 \cdot \cos y$

В2 $z = y^3 \cdot e^x$

В3 $z = 2x^2 \cdot \ln y$

В4 $z = y^4 \cdot \sin x$

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 11. Решение задач на применение производной функции

Объем времени: 2ч

Оценочное индивидуальное задание

1.Найти производные следующих функций:

Вариант	**Функция:**				
1	$y = x^3 + 5x - 3$	$y = \frac{4}{x^2}$ -	$y = 7\ln x + ctgx$	$y = 3x^2 \cdot \log_2 x$	$y = \frac{x-1}{x^2-1}$

		$\sqrt[7]{x^4}$			
2	$y = 13x^4 - 2x + 1$	$y = \frac{5}{x^3} - \sqrt[5]{x}$	$y = 4\cos x - 3^x$	$y = x^4 \cdot \sin x$	$y = \frac{1+4x}{1+x^2}$
3	$y = 3x^3 + x - 2$	$y = \frac{1}{x^5} + 15\sqrt{x}$	$y = 4^x - \ln x$	$y = x^3 \cdot e^x$	$y = \frac{1+x^2}{2+3x}$
4	$y = x^3 - 30x + 1$	$y = \frac{7}{x^4} - \sqrt[7]{x^2}$	$y = 5\sin x + \mathrm{ctg}x$	$y = 2x^3 \cdot \cos x$	$y = \frac{3-3x}{2x^3}$
5	$y = 4x^4 - 3x + 2$	$y = \frac{8}{x^2} + \sqrt[5]{x^2}$	$y = 2^x + 3\sin x$	$y = 2x^4 \cdot e^x$	$y = \frac{2x-3}{x^3-3}$
6	$y = 6x^3 + 2x - 3$	$y = \frac{3}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$	$y = 4\ln x + \mathrm{ctg}x$	$y = 12x^2 \cdot \log_2 x$	$y = \frac{x-7}{x^2-1}$
7	$y = 5x^2 - 2x + 1$	$y = \frac{4}{x^4} + 2\sqrt{x}$	$y = 3\mathrm{tg}x + e^x$	$y = x^3 \cdot \sin x$	$y = \frac{2-x^4}{2+3x}$
8	$y = 6x^3 - x + 4$	$y = \frac{3}{x^2} + \sqrt[4]{x^5}$	$y = 3^x - 2\cos x$	$y = 7x^5 \cdot \ln x$	$y = \frac{x^3+1}{1+2x}$
9	$y = \frac{x^6}{6} - 5x + 1$	$y = \frac{5}{x^5} + \sqrt{x}$	$y = 2\sin x + 3\cos x$	$y = 5x^2 \cdot e^x$	$y = \frac{2x^2}{1-2x}$
10	$y = 3x^3 - 2x + 1$	$y = \frac{1}{x^4} - \sqrt[5]{x^2}$	$y = \cos x - 4\mathrm{ctg}x$	$y = x^2 \cdot \log_4 x$	$y = \frac{1+x^2}{x^3}$
11	$y = 3x^4 + \frac{x^2}{5} - 3$	$y = \frac{4}{x} - \sqrt[4]{x^3}$	$y = \cos x - 7e^x$	$y = x^5 \cdot \sin x$	$y = \frac{1-x}{x^3+1}$
12	$y = x^2 + 3x - 2$	$y = \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^2}$	$У = 2\sin x - \log_2 x$	$y = x^2 \cdot \ln x$	$y = \frac{x^2+4}{x^2-1}$
13	$y = 4x^5 - x^3 + 4$	$y = \frac{2}{x^4} + \sqrt[6]{x^5}$	$y = 3\ln x - \mathrm{tg}x$	$y = x^2 \cdot \cos x$	$y = \frac{1-5x}{1+x^2}$
14	$y = 3x^4 - 2x + 12$	$y = \frac{4}{x^3} - \sqrt[5]{x}$	$y = 2\cos x - 3^x$	$y = x^4 \cdot \sin x$	$y = \frac{3+4x}{1+x^2}$
15	$y = 5x^3 + x - 8$	$y = \frac{2}{x^5} + 5\sqrt{x}$	$y = 4^x - \ln x$	$y = x^3 \cdot e^x$	$y = \frac{4+x^2}{2+3x}$
16	$y = 2x^3 - 3x + 1$	$y = \frac{6}{x^4} - \sqrt[7]{x^2}$	$y = 2\sin x + \mathrm{ctg}x$	$y = 4x^3 \cdot \cos x$	$y = \frac{1-3x}{2x^3}$

17	$y = 5x^4 - 3x + 6$	$y = \frac{7}{x^2} + \sqrt[5]{x^2}$	$y = 2^x + 3\sin x$	$y = 3x^4 \cdot e^x$	$y = \frac{2x-2}{x^3-3}$
18	$y = 4x^3 + x - 3$	$y = \frac{4}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$	$y = 3\ln x + \mathrm{ctg}\, x$	$y = 5x^2 \cdot \log_2 x$	$y = \frac{x-3}{x^2-1}$
19	$y = 8x^2 - 2x + 4$	$y = \frac{3}{x^4} + 2\sqrt{x}$	$y = 2\mathrm{tg}\, x + e^x$	$y = 3x^3 \cdot \sin x$	$y = \frac{2-x^4}{1+3x}$
20	$y = 3x^3 - x + 2$	$y = \frac{4}{x^2} + \sqrt[4]{x^5}$	$y = 3^x - 4\cos x$	$y = 2x^5 \cdot \ln x$	$y = \frac{x^3+2}{1+2x}$
21	$y = \frac{x^6}{3} - 5x + 13$	$y = \frac{2}{x^5} + \sqrt{x}$	$y = 2\sin x + \cos x$	$y = 3x^2 \cdot e^x$	$y = \frac{2x^2}{1-3x}$
22	$y = 8x^3 - 2x + 4$	$y = \frac{2}{x^4} - \sqrt[5]{x^2}$	$y = 3\cos x - \mathrm{ctg}\, x$	$y = 2x^2 \cdot \log_4 x$	$y = \frac{3+x^2}{x^3}$
23	$y = 6x^4 + \frac{x^2}{2} - 3$	$y = \frac{1}{x} - \sqrt[4]{x^3}$	$y = \cos x - 2e^x$	$y = x^5 \cdot \sin x$	$y = \frac{4-x}{x^3+1}$
24	$y = 4x^2 + x - 2$	$y = \frac{5}{x^2} + \sqrt[3]{x^2}$	$y = 2\sin x - \log_3 x$	$y = x^3 \cdot \ln x$	$y = \frac{x^2+2}{x^2-1}$
25	$y = 2x^5 - x^3 + 1$	$y = \frac{3}{x^4} + \sqrt[6]{x^5}$	$y = 4\ln x - \mathrm{tg}\, x$	$y = x \cdot \cos x$	$y = \frac{1-2x}{1+x^2}$
26	$y = x^3 + 5x - 3$	$y = \frac{5}{x^3} - \sqrt[5]{x}$	$y = 4^x - \ln x$	$y = 2x^3 \cdot \cos x$	$y = \frac{2x-3}{x^3-3}$
27	$y = 13x^4 - 2x + 1$	$y = \frac{1}{x^5} + 5\sqrt{x}$	$y = 5\sin x + \mathrm{ctg}\, x$	$y = 2x^4 \cdot e^x$	$y = \frac{x-7}{x^2-1}$
28	$y = 3x^3 + x - 2$	$y = \frac{7}{x^4} - \sqrt[7]{x^2}$	$y = 2^x + 3\sin x$	$y = 12x^2 \cdot \log_2 x$	$y = \frac{2-x^4}{2+3x}$
29	$y = x^3 - 30x + 1$	$y = \frac{8}{x^2} + \sqrt[5]{x^2}$	$y = 4\ln x + \mathrm{ctg}\, x$	$y = x^3 \cdot \sin x$	$y = \frac{x^3+1}{1+2x}$
30	$y = 4x^4 - 3x + 2$	$y = \frac{3}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$	$y = 3\mathrm{tg}\, x + e^x$	$y = 7x^5 \cdot \ln x$	$y = \frac{2x^2}{1-2x}$
31	$y = 6x^3 + 2x - 3$	$y = \frac{4}{x^4} + 2\sqrt{x}$	$y = 3^x - 2\cos x$	$y = 5x^2 \cdot e^x$	$y = \frac{1+x^2}{x^3}$
32	$y = 5x^2 - 2x + 1$	$y = \frac{3}{x^2} +$	$y = 2\sin x + 3\cos x$	$y = x^2 \cdot \log_4 x$	$y = \frac{1-x}{x^3+1}$

		$\sqrt[4]{x^5}$			

2.Найти дифференциал функции:

Вариант	Функция:		
1	$y = (12 + 3x^2)^6$	$y = \ln(x^3 - 1)$	$y = 3^{1 + 4x}$
2	$y = e^{2x - 7}$	$y = \log_3(3 - 5x^3)$	$y = tg(\ln x)$
3	$y = \sin(1 + 7x)$	$y = (2x^6 - 4)^3$	$y = \ln(\cos x)$
4	$y = tg3x$	$y = (4 + 3x^2)^4$	$y = \ln^4 x$
5	$y = e^{1 - 4x}$	$y = \cos(6x - 3)$	$y = (3 - 2x^5)^3$
6	$y = 3^{9 - 2x}$	$y = ctg(6x + 1)$	$y = (4x^2 - 2)^5$
7	$y = 7^{4 - 5x}$	$y = (5x^2 - 4)^3$	$y = \sin^5 x$
8	$y = 2^{5x + 2}$	$y = tg(1 - 2x)$	$y = (4x^3 - 2)^6$
9	$y = (2 + 6x)^4$	$y = e^{1 + 3x}$	$y = \ln(\sin x)$
10	$y = \ln 5x^3$	$y = (3x^2 - 1)^5$	$y = \cos(2^x)$
11	$y = \log_2(3x^2 + 2)$	$y = e^{1 - 4x}$	$y = \sin^4 x$
12	$y = (2x^8 + 3)^3$	$y = 4^{1 + 5x}$	$y = \cos^5 x$
13	$y = (3x^5 - 4)^3$	$y = \sin(6x - 1)$	$y = e^{2x + 6}$
14	$y = 5^{2x - 3}$	$y = \ln^3 x$	$y = (7x + 2)^4$
15	$y = ctg4x$	$y = (1 - 3x^4)^5$	$y = tg^3 x$
16	$y = 3^{1 - 4x}$	$y = (4 - 2x)^7$	$y = \ln(3x + 2)$
17	$y = \cos 3x$	$y = e^{7x - 2}$	$y = (2x^5 + 5)^4$
18	$y = \ln^2 x$	$y = (1 + 3x^4)^3$	$y = tg5x$
19	$y = \cos^5 x$	$y = (2 - 4x^3)^2$	$y = 6^{1 - 5x}$
20	$y = (4x^5 - 2)^4$	$y = \sin(6x^5)$	$y = 3^{7x - 4}$
21	$y = e^{5x - 3}$	$y = \ln x^5$	$y = (1 - 6x^2)^3$
22	$y = (1 - 3x)^7$	$y = \log_2(3x + 5)$	$y = \sin^3 x$
23	$y = 4^{1 - x}$	$y = \cos(3 - 4x^3)$	$y = (2x^2 + 1)^4$

24	$y = \ln(2x - 6)$	$y = e^{7x + 2}$	$y = (5x^2 - 8)^6$
25	$y = \sin(3x+4)$	$y = \cos^4 x$	$y = (2x^3 - 1)^5$
26	$y = (12 + 3x^2)^6$	$y = \log_3(3 - 5x^3)$	$y = \ln(\cos x)$
27	$y = e^{2x - 7}$	$y = (2x^6 - 4)^3$	$y = \ln^4 x$
28	$y = \sin(1 + 7x)$	$y = (4 + 3x^2)^4$	$y = (3 - 2x^5)^3$
29	$y = \mathrm{tg}3x$	$y = \cos(6x - 3)$	$y = (4x^2 - 2)^5$
30	$y = e^{1 - 4x}$	$y = \mathrm{ctg}(6x + 1)$	$y = \sin^5 x$
31	$y = 3^{9 - 2x}$	$y = (5x^2 - 4)^3$	$y = (4x^3 - 2)^6$
32	$y = 7^{4 - 5x}$	$y = \mathrm{tg}(1 - 2x)$	$y = \ln(\sin x)$

3.Найти скорость изменения функции в точке x_0:

Вариант		**Вариант**	
1	$y = 2x^5 + x^2 - 2$, если $x_0 = 1$	**17**	$y = 6x^5 - x^2 - 2$, если $x_0 = 0$
2	$y = 2x^5 + 3x^2 + 2$, если $x_0 = 0$	**18**	$y = 7x^2 - x^3 + 1$, если $x_0 = 1$
3	$y = 4x^3 + x^2 - 3$, если $x_0 = 1$	**19**	$y = 5x^3 - x - 4$, если $x_0 = 2$
4	$y = 2x^5 - x^4 + 1$, если $x_0 = 0$	**20**	$y = 6x^3 + 2x^2 + x$, если $x_0 = 1$
5	$y = 2x^5 + 3x - 4$, если $x_0 = 1$	**21**	$y = 2x^3 + x^2 - 4$, если $x_0 = 2.$
6	$y = 6x^5 - 3x^2 - 2$, если $x_0 = 0$	**22**	$y = 2x^5 - x^4 + 3$, если $x_0 = -2$
7	$y = 5x^2 - 2x^3 + 1$, если $x_0 = 1$	**23**	$y = 4x^6 - 3x^2 + 5$, если $x_0 = 1$
8	$y = 5x^3 - 2x - 2$, если $x_0 = 2$	**24**	$y = 7x^5 + 2x - 1$, если $x_0 = 0.$
9	$y = 2x^3 + 4x^2 + x$, если $x_0 = 1$	**25**	$y = 3x^2 + x^3 - 2$, если $x_0 = 1$

10	$y = 2x^3 + 3x^2 - 4$, если $x_0 = 0$	**26**	$y = 2x^5 – 3x^2 - 2$, если $x_0 = 1$
11	$y = 4x^4 - 3x^2 - 5$, если $x_0 = 1$	**27**	$y = 2x^5 + 3x^2 - 2$, если $x_0 = 0$
12	$y = x^5 + 3x – 1$, если $x_0 = 0$	**28**	$y = 4x^3 + x^2 - 3$, если $x_0 = 2$
13	$y = 2x^4 - x^2 + 1$, если $x_0 = 0$	**29**	$y = 2x^5 – x^4 + 5$, если $x_0 = 0$
14	$y = 5x^4 - x^2 + x + 1$, если $x_0 = 0$	**30**	$y = 2x^5 + 5x – 4$, если $x_0 = -1$
15	$y = 2x^4 - x^2 + 3$, если $x_0 = 3$	**31**	$y = 6x^5 – 3x^2 - 1$, если $x_0 = 0$
16	$y = 3x^5 – x^4 + x$, если $x_0 = 1$	**32**	$y = 5x^2 + 4x^3 + 1$, если $x_0 = 1$

4. Дана функция *z = f(x, y).* Найти частные производные первого и второго порядка f'_x ; f'_y ; f''_{xx} ; f''_{xy} ; f''_{yy} ; f''_{yx}

Вариант		**Вариант**	
1	$Z = 3x^4 \cdot \cos y$	**17**	$Z = 4y^5 \cdot \sin x$
2	$Z = 2y^5 \cdot \sin x$	**18**	$Z = 3e^x \cdot y^4$
3	$Z = e^x \cdot y^5$	**19**	$Z = 3y^2 \cdot \ln x$
4	$Z = 5^y \cdot x^3$	**20**	$Z = 2y^3 \cdot \cos x$
5	$Z = 4x^3 \cdot \sin y$	**21**	$Z = 3x^3 \cdot \sin y$
6	$Z = 3y^5 \cdot \cos x$	**22**	$Z = 4^y \cdot x^5$
7	$Z = x^4 \cdot \ln y$	**23**	$Z = 2x^5 \cdot \cos y$
8	$Z = 2e^x \cdot y^3$	**24**	$Z = x^3 \cdot \ln y$
9	$Z = 2x^3 \cdot \cos y$	**25**	$Z = 3y^2 \cdot \cos x$
10	$Z = 5y^2 \cdot \ln x$	**26**	$Z = 5y^3 \cdot \ln x$
11	$Z = 2y^5 \cdot \cos x$	**27**	$Z = 4x^5 \cdot \sin y$
12	$Z = 3y^4 \cdot \sin x$	**28**	$Z = 4e^x \cdot y^2$
13	$Z = 4x^5 \cdot \ln y$	**29**	$Z = 3x^2 \cdot \ln y$

14	$Z = 2x^4 \cdot \sin y$	**30**	$Z = 2y^3 \cdot \ln x$
15	$Z = 3^y \cdot x^4$	**31**	$Z = 2y^6 \cdot \sin x$
16	$Z = 4x^5 \cdot \cos y$	**32**	$Z = 4^y \cdot x^6$

Практическая работа № 12.

Первообразная функции и неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Интегрирование по частям

Цель работы: закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов различными способами

Объем времени: 6ч

Ход работы:

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Что является основной задачей интегрального исчисления?
- Какая функция называется первообразной для данной функции на заданном промежутке? (пример)
- В чем состоит основное свойство первообразной?
- Что называют неопределенным интегралом?
- Чем отличается неопределенный интеграл от первообразной функции?
- Чему равны производная и дифференциал неопределенного интеграла?
- В чем заключаются правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
- В чем заключаются правило интегрирования алгебраической суммы функций?
- Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
- В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
- Как из формул дифференцирования получают формулы интегрирования?
- В чем состоит метод непосредственного интегрирования функций? (пример)
- Как проверить, правильно ли найден интеграл?
- В чем состоит метод подстановки при нахождении неопределенного интеграла?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Задание 1. Найти неопределенный интеграл.

- $\int (m \cdot x^n - \frac{n}{\sqrt[m+1]{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x) dx$
- $\int \frac{m+n}{m \cdot x+n}\, dx$
- $\int (m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m \cdot n} dx$
- $\int x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m) dx$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{m \cdot x}\, dx$

Вариант	m	n

1	3	4
2	4	5
3	6	7

3) Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)
1. Непосредственное интегрирование: гл.5. №№ 35,39, 42, 67(образцы), 40,44,71,100.
2. Интегрирование подстановкой: гл.5. №№146,151,156,182(образцы), 150, 152,163,1863.

.
4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Задание 1. Найти неопределенный интеграл.

- $\int (m \cdot x^n - \frac{n}{\sqrt[m+1]{x^{n+1}}} + m \cdot n \cdot \cos x) dx$
- $\int \frac{m+n}{m \cdot x+n}\, dx$
- $\int (m \cdot x^{m-1} - n) \cdot (x^m - n \cdot x + 5)^{m \cdot n} dx$
- $\int x^n \cdot \sin(x^{n+1} + m) dx$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{m \cdot x}\, dx$

Вариант	m	n
1	7	8
2	2	3
3	6	3

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 13.

Вычисление неопределенных интегралов различными методами

Объем времени: 2ч

Оценочное индивидуальное задание

Вариант	Методом непосредственного интегрирования	Методом интегрирования заменой переменной	Методом интегрирования по частям
1	1) $\int \left(4x^5 - \frac{x}{4} + 2\right) \mathrm{dx}$ 2) $\int \left(\frac{2}{x^7} + \frac{7}{x}\right) dx$ 3) $\int \left(\sqrt[5]{x^7} + e^x - 4\sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	4) $\int \frac{2}{1-3x}\mathrm{dx}$	5) $\int 2\ln\mathrm{x} \cdot \mathrm{dx}$
2	1) $\int (3x^5 - 5x + 8)\mathrm{dx}$ 2) $\int \left(\frac{1}{x^7} + \frac{3}{x}\right) dx$ 3)$\int \left(\sqrt[5]{x^6} + e^x - \sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	4) $\int 4^{1+5\mathrm{x}}\mathrm{dx}$	5) $\int \mathrm{x} \cdot \sin\mathrm{x} \cdot \mathrm{dx}$
3	1) $\int (5x^2 + x - 10)\mathrm{dx}$ 2) $\int \left(\frac{13}{x^2} - \frac{7}{x}\right) dx$ 3) $\int \left(\sqrt[4]{x^7} + 3\mathrm{si}nx - \cos \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	4) $\int cos(7\mathrm{x} + 1)\mathrm{dx}$	5) $\int 2\mathrm{x} \cdot e^x \cdot \mathrm{dx}$
4	1) $\int \left(3x^5 - \frac{x}{4} + 3\right) \mathrm{dx}$ 2) $\int \left(\frac{2}{x^8} + \frac{8}{x}\right) dx$ 3)$\int \left(\sqrt[5]{x^4} + 5e^x - 2\sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	4) $\int \frac{3}{1-6x}\mathrm{dx}$	5) $\int 7\mathrm{x} \cdot \cos\mathrm{x} \cdot \mathrm{dx}$
5	1) $\int (3x^2 - 6x + 0{,}5)\mathrm{dx}$ 2)$\int \left(\frac{3}{x^4} + \frac{2}{x}\right) dx$ 3)$\int \left(\sqrt[8]{x^5} + 3e^x - 6^x\right)\mathrm{dx}$	4) $\int \sin(4 - 5x)\, \mathrm{dx}$	5) $\int x^3 \ln\mathrm{x} \cdot \mathrm{dx}$
6	1) $\int (7x^4 - 3x + 14)\mathrm{dx}$ 2) $\int \left(\frac{9}{x^3} + \frac{5}{x}\right) dx$ 3)$\int \left(\sqrt[7]{x^5} + 4e^x - 2\sin \mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	4) $\int 2^{1-5\mathrm{x}}\mathrm{dx}$	5) $\int 2\mathrm{x} \cdot \sin\mathrm{x} \cdot \mathrm{dx}$
7	1) $\int (3x^5 - x + 7)\mathrm{dx}$	4) $\int \mathrm{e}^{4-\mathrm{x}}\mathrm{dx}$	5) $\int 6\mathrm{x} \cdot \cos\mathrm{x} \cdot \mathrm{dx}$

	2)$\int\left(\frac{1}{x^2}-\frac{6}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[7]{x^6}+9^x-4\cos x\right)dx$		
8	1) $\int(3x^4+0{,}2x-8)dx$ 2)$\int\left(\frac{3}{x^5}+\frac{4}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[5]{x^2}+5^x-3\sin x\right)dx$	4) $\int 8^{1+2x}dx$	5) $\int 5\ln x\cdot dx$
9	1) $\int(x^9-2x+5)dx$ 2)$\int\left(\frac{3}{x^4}-\frac{6}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[7]{x^5}+4e^x-3^x\right)dx$	4) $\int \sin(6x+5)\,dx$	5) $\int x\cdot e^x\cdot dx$
10	1) $\int\left(2x^5-\frac{1}{3}x+1\right)dx$ 2)$\int\left(\frac{1}{x^2}+\frac{8}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[5]{x^4}+e^x-4\sin x\right)dx$	4) $\int \frac{2}{3-x}dx$	5) $\int 8x\cdot\cos x\cdot dx$
11	1) $\int(5x^3-7x+2)dx$ 2) $\int\left(\frac{4}{x^5}-\frac{2}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[5]{x^3}+8^x-\cos x\right)dx$	4) $\int e^{4-3x}dx$	5) $\int x\cdot\ln x\cdot dx$
12	1) $\int(3x^3+0{,}5x-1)dx$ 2)$\int\left(\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[4]{x^3}+4\sin x-2\cos x\right)dx$	4) $\int \cos(7x+1)dx$	5) $\int 3x\cdot\sin x\cdot dx$
13	1) $\int(4x^3+2x-5)dx$ 2)$\int\left(\frac{6}{x^4}-\frac{5}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[6]{x}+2\cos x-3^x\right)dx$	4) $\int \sin(3x-1)dx$	5) $\int 3x\cdot e^x\cdot dx$
14	1) $\int(2x^5-3x+8)dx$	4) $\int 3^{1+5x}dx$	5) $\int 5x\cdot\cos x\cdot dx$

	$2)\int\left(\frac{1}{x^5}+\frac{3}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[5]{x^2}+7^x-\sin x\right)dx$		
15	$1)\int(2x^2+7x-10)dx$ $2)\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{3}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x-2\cos x\right)dx$	$4)\int cos(3x+1)dx$	$5)\int x^6\cdot \ln x\cdot dx$
16	$1)\int\left(3x^5-\frac{x}{2}+7\right)dx$ $2)\int\left(\frac{2}{x^2}+\frac{8}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[5]{x^3}+5e^x-\sin x\right)dx$	$4)\int\frac{3}{1-2x}dx$	$5)\int 4x\cdot \sin x\cdot dx$
17	$1)\int(3x^2-2x+0{,}5)dx$ $2)\int\left(\frac{3}{x^4}+\frac{7}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[8]{x^3}+3e^x-2^x\right)dx$	$4)\int\sin(4-2x)\,dx$	$5)\int 6\ln x\cdot dx$
18	$1)\int(6x^4-x+4)dx$ $2)\int\left(\frac{1}{x^3}+\frac{6}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[7]{x^5}+2e^x-4\sin x\right)dx$	$4)\int 2^{1-x}dx$	$5)\int 4x\cdot e^x\cdot dx$
19	$1)\int(5x^4-3x+2)dx$ $2)\int\left(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[7]{x^3}+4^x-5\cos x\right)dx$	$4)\int e^{4-3x}dx$	$5)\int x^2\cdot \ln x\cdot dx$
20	$1)\int(2x^4+8x-4)dx$ $2)\int\left(\frac{7}{x^5}+\frac{4}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[5]{x^3}+2^x-2\sin x\right)dx$	$4)\int 3^{1+2x}dx$	$5)\int 8x\cdot \sin x\cdot dx$
21	$1)\int(x^2-7x+2)dx$	$4)\int\sin(2x+5)\,dx$	$5)\int 3x\cdot \cos x\cdot dx$

	$2)\int\left(\frac{3}{x^4}-\frac{5}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[7]{x^3}+e^x-4^x\right)\mathrm{dx}$		
22	$1)\int\left(6x^5-\frac{1}{2}x+1\right)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{12}{x^2}+\frac{3}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[5]{x^2}+e^x-5\sin\mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	$4)\int\frac{2}{3-4x}\mathrm{dx}$	$5)\int 6\mathrm{x}\cdot e^x\cdot\mathrm{dx}$
23	$1)\int(5x^4-2x+12)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{2}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[5]{x^3}+2^x-3\cos\mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	$4)\int \mathrm{e}^{4-2\mathrm{x}}\mathrm{dx}$	$5)\int 5\mathrm{x}\cdot\mathrm{sinx}\cdot\mathrm{dx}$
24	$1)\int(3x^2+5x-1)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[4]{x^3}+2\sin\mathrm{x}-\cos\mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	$4)\int cos(2\mathrm{x}+1)\mathrm{dx}$	$5)\int 9\mathrm{x}\cdot\mathrm{cosx}\cdot\mathrm{dx}$
25	$1)\int(4x^3+x-3)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{2}{x^4}-\frac{5}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[3]{\mathrm{x}}+\cos\mathrm{x}-6^{\mathrm{x}}\right)\mathrm{dx}$	$4)\int sin(5\mathrm{x}-1)\mathrm{dx}$	$5)\int x^4\cdot\mathrm{lnx}\cdot\mathrm{dx}$
26	$1)\int\left(4x^5-\frac{x}{4}+2\right)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{1}{x^7}+\frac{3}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[4]{x^7}+3\mathrm{si}nx-\cos\mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	$4)\int\frac{3}{1-6x}\mathrm{dx}$	$5)\int 7\mathrm{x}\cdot e^x\cdot\mathrm{dx}$
27	$1)\int(3x^5-5x+8)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{13}{x^2}-\frac{7}{x}\right)dx$ $3)\int\left(\sqrt[5]{x^4}+5e^x-2\sin\mathrm{x}\right)\mathrm{dx}$	$4)\int\sin(4-5x)\,\mathrm{dx}$	$5)\int 2\mathrm{x}\cdot\mathrm{cosx}\cdot\mathrm{dx}$
28	$1)\int(5x^2+x-10)\mathrm{dx}$ $2)\int\left(\frac{2}{x^8}+\frac{8}{x}\right)dx$	$4)\int 2^{1-5\mathrm{x}}\mathrm{dx}$	$5)\int 5\mathrm{x}\cdot e^x\cdot\mathrm{dx}$

	3)$\int\left(\sqrt[8]{x^5}+3e^x-6^x\right)$dx		
29	1) $\int\left(3x^5-\frac{x}{4}+3\right)$ dx 2)$\int\left(\frac{3}{x^4}+\frac{2}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[7]{x^5}+4e^x-2\sin x\right)$dx	4) $\int e^{4-x}$dx	5) $\int 12x\cdot\cos x\cdot dx$
30	1) $\int(3x^2-6x+0{,}5)$dx 2)$\int\left(\frac{9}{x^3}+\frac{5}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[7]{x^6}+9^x-4\cos x\right)$dx	4) $\int 8^{1+2x}$dx	5) $\int 3\ln x\cdot dx$
31	1) $\int(7x^4-3x+14)$dx 2)$\int\left(\frac{1}{x^2}-\frac{6}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[5]{x^2}+5^x-3\sin x\right)$dx	4) $\int \sin(6x+5)$ dx	5) $\int 6x\cdot\sin x\cdot dx$
32	1) $\int(3x^5-x+7)$dx 2)$\int\left(\frac{3}{x^5}+\frac{4}{x}\right)dx$ 3)$\int\left(\sqrt[7]{x^5}+4e^x-3^x\right)$dx	4) $\int\frac{2}{3-x}$dx	5) $\int x\cdot\cos x\cdot dx$

Практическая работа № 14.
Определенный интеграл. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Схема решения прикладных задач с помощью определенного интеграла.

Цель работы: формировать навыки применения определенного интеграла при решении задач прикладного характера.
Объем времени: 4ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Что такое определенный интеграл от функции $y=f(x)$ по отрезку $[a;b]$?
- В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
- В чем состоит физический смысл определенного интеграла?
- С помощью какой формулы вычисляют определенный интеграл?
- Каковы основные свойства определенного интеграла?
- Какова схема решения задачи на вычисление площади фигуры с помощью определенного интеграла?
- Какова схема решения физических задач с помощью определенного интеграла?

- а) вычисление пути, пройденного телом при неравномерном движении,
  б) вычисление работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)$y = \sqrt{x}, y = 2,\ x = 9$ б)$y = x^2, y = 2 - x,$ y = 0.

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v(t) = 3t^2 - 2t - 1(^{\text{м}}/_{\text{с}})$

Вычислить путь, пройденный точкой за 5 секунд после начала движения.

3. Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 6 см, если для сжатия ее на 3 см нужно приложить силу 15 Н.

3) Упражнения из учебника (в группах, взаимопроверка по ответам в учебнике)

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: № 307,308-криволинейная трапеция,

№№ 320,326 гл. 5 (образцы), №№ 317(сумма), 329(разность) криволинейных трапеций.

2. вычисление пути, пройденного телом при неравномерном движении:

№№366,370,371(образцы), 368,372,374.

3. вычисление работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины:

№№381,382 гл.5 (образцы), 383, 384.

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)$y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = -1, x = 2$ б)$y = x^2 - 8x + 16, y = 6 - x.$

2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v(t) = 3t^2 + t + 1(^{\text{м}}/_{\text{с}})$

Вычислить путь, пройденный точкой за 4 секунды после начала движения.

3. Вычислить работу, совершенную при растяжении пружины на 2 см, если для сжатия ее на 4 см нужно приложить силу 40 Н.

5) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 15 Применение определенного интеграла к вычислению площадей

.

Объем времени: 2ч

Оценочное индивидуальное задание

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

Вариант	1	2	3	4
1	$y= 1- x^2$, $y=0$	$y= x^2 -1$, $y=0$, $x = 0$, $x = 1$	$y = 4 – x^2$, $y = x + 2$, $y = 0$	$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$
2	$y= 4- x^2$, $y=0$	$y= x^2 - 4$, $y=0$, $x = 0$, $x = - 1$	$y = 4x – x^2$, $y = 4 – x$, $y = 0$	$y = 4 – x^2$, $y = 2 - x$
3	$y= 9- x^2$, $y=0$	$y= x^2 -9$, $y=0$, $x= - 2$, $x = 1$	$y = x^3$, $y = (x – 2)^2$, $y = 0$	$y = 4x – x^2$, $y = x$
4	$y= x^2 +1$, $x=-1$, $x=2$, $y=0$	$y= x^3 -1$, $x=0$, $y=0$	$y = (x + 1)^2$, $y = 1 – x$, $y = 0$	$y = x^3$, $y = \sqrt{x}$
5	$y= x^2 +2$, $x=-2$, $x=1$, $y=0$	$y = -x^3 -1$, $x= 0$, $x= -1$, $y=0$	$y = 4x – x^2$, $y = x$, $y = 0$	$y = (x + 1)^2$, $y = 3 + x$
6	$y= x^2 -1$, $x=1$, $x=2$, $y=0$	$y= x^3 -1$, $x= - 1$, $y=0$	$y = 4 – x^2$, $y = 2 - x$, $y = 0$	$y = x^3$, $y = (x – 2)^2$, $x = 0$
7	$y= x^2 -4$, $x=2$, $x=3$, $y=0$	$y = -x^3 -1$, $x= 1$, $x= -1$, $y=0$	$y = (x + 1)^2$, $y = 3 + x$, $y = 0$	$y = 4 – x^2$, $y = x + 2$
8	$y= x^2 +3$, $x=0$, $x=1$, $y=0$	$y= x^3 -1$, $x= - 1$, $x=0$, $y=0$	$y = - x^3$, $y = (x + 2)^2$, $y = 0$	$y = x + 3$, $y = (x + 1)^2$
9	$y= x^3 +1$, $x= -1$, $x=1$, $y=0$	$y= x^2 -1$, $y=0$	$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 4$	$y = 4x – x^2$, $y = 4 - x$
10	$y= x^3 +1$, $x=0$, $x=1$, $y=0$	$y= x^2 -4$, $y=0$	$y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x =9$	$y = (x + 1)^2$, $y = 1 - x$
11	$y= x^3 -1$, $x=1$, $x=2$, $y=0$	$y= x^2 -9$, $y=0$	$y = x + 2$, $y = 4 – x^2$, $y = 0$	$y = \sqrt{x}$, $y = x^2$
12	$y = -x^3 -1$, $x= -2$, $x= -1$, $y=0$	$y= x^2 -1$, $y=0$, $x = 0$	$y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x =2$	$y = 3 + x$, $y = (x + 1)^2$
13	$y = -x^3 +1$, $x= -1$, $x=1$, $y=0$	$y= x^2 -4$, $y=0$, $x = 1$	$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 9$	$y = x$, $y = 4x – x^2$
14	$y = x^3 +2$, $x= -1$, $x=1$, $y=0$	$y= x^2 -9$, $y=0$, $x= 1$, $x = 2$	$y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x =4$	$y = 2 - x$, $y = 4 – x^2$
15	$y= x^2 +4$, $x= -1$, $x=1$, $y=0$	$y = -x^3 -1$, $x= 1$, $y=0$	$y = 4 – x$, $y = 4x – x^2$, $y = 0$	$y = \sqrt{x}$, $y = x^3$
16	$y= x^2 +3$, $x=0$, $x=1$, $y=0$	$y= x^2 -4$, $y=0$, $x = 2$, $x = - 1$	$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 2$	$y = 4x – x^2$, $y = 4 – x$, $x = 0$
17	$y = x^2 +1$, $x= -1$, $x=1$, $y=0$	$y= x^2 -9$, $y=0$, $x= - 2$, $x = 3$	$y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x =3$	$y = x + 2$, $y = 4 – x^2$
18	$y=2x^2$, $x= -1$, $x=2$, $y=0$	$y = -x^3 -1$, $x= 2$, $x = 0$, $y=0$	$y = (x – 2)^2$, $y = x^3$, $y = 0$	$x = 0$, $y = - x^3$, $y = (x + 2)^2$
19	$y=2x^2$, $x= -2$, $x=1$, $y=0$	$y= x^3 -1$, $x= - 1$, $y=0$	$y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x =5$	$y = 4 - x$, $y = 4x – x^2$
20	$y=x^2+1$, $x= -2$, $x=0$,	$y= x^2 -4$, $y=0$,	$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$,	$x = 0$, $y = x^3$,

	$y=0$	$x = 1, x = - 1$	$y = 0, x = 3$	$y = (x – 2)^2$
21	$y= x^2+1,\ x=0,\ x=1, y=0$	$y= x^2 -9, y=0$, $x= - 2, x = 2$	$y = 1 – x$, $y = (x + 1)^2, y = 0$	$y = 4 – x^2$, $y = 2 + x$
22	$y= x^2 +2,\ x= -1, x=1, y=0$	$y= x^3 -1, x= - 2,y=0$	$y = x, y = 4x – x^2$, $y = 0$	$y = - x^3$, $y = (x + 2)^2,x = 0$
23	$y= x^2 +3,\ x= -1, x=0, y=0$	$y = -x^3 -1, x= 2$, $x = 1, y=0$	$y = x^3, y = \sqrt{x}$, $y = 0, x =6$	$x = 0, y = 4x – x^2$, $y = 4 – x$
24	$y= x^2 +2, x=-1, x=2, y=0$	$y = -x^3 -1,\ x= 2, y=0$	$y = x^2, y = \sqrt{x}$, $y = 0, x = 5$	$y = (x + 1)^2$, $y = x + 3$
25	$y= x^2+1,\ x=0,\ x=2, y=0$	$y = -x^3 -1,\ x= 3, y=0$	$y = x^3, y = \sqrt{x}$, $y = 0, x =7$	$y = 2 + x$, $y = 4 – x^2$
26	$y= x^3 +1, x=0, x=1, y=0$	$y= x^2 -1, y=0$, $x = 0, x = 1$	$y = 2 - x$, $y = 4 – x^2, y = 0$	$y = 9 – x^2$, $y = 3 - x$
27	$y= x^3 -1, x=1, x=2, y=0$	$y= x^2 -4, y=0$, $x = 0, x = - 1$	$y = x^2, y = \sqrt{x}$, $y = 0, x = 6$	$y = 1 - x$, $y = (x + 1)^2$
28	$y = -x^3 -1, x= -2$, $x= -1, y=0$	$y= x^2 -9, y=0$, $x= - 2, x = 1$	$y = 3 + x$, $y = (x + 1)^2, y = 0$	$y = (x + 2)^2$, $x = 0, y = - x^3$
29	$y = -x^3 +1,\ x= -1, x=1, y=0$	$y= x^3 -1, x=0, y=0$	$y = (x + 2)^2$, $y = - x^3,\ y = 0$	$y = 3 - x$, $y = 9 – x^2$
30	$y = x^3 +2,\ x= -1, x=1, y=0$	$y = -x^3 -1, x= 0$, $x= -1, y=0$	$y = x^2, y = \sqrt{x}$, $y = 0, x = 7$	$y = (x – 2)^2$, $x = 0, y = x^3$
31	$y= x^2 +4,\ x= -1, x=1, y=0$	$y= x^3 -1,\ x= - 1, y=0$	$y = - x^3$, $y = (2 + x)^2,y = 0$	$y = 9 – x^2$, $y = x + 3$
32	$y= x^2 +3, x=0, x=1, y=0$	$y = -x^3 -1, x= 1$, $x= -1, y=0$	$y = x^3, y = \sqrt{x}$, $y = 0, x =8$	$y = 4 – x , x = 0$, $y = 4x – x^2$

Каждая задача – 5б (чертеж, составить формулу (обосновать), составить интегралы, вычислить интегралы, единицы измерения + ответ)

20б – «5»

13-19б – «4»

6 – 12б – «3»

Практическая работа № 16.

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений 1 и 2 порядка.

Цель работы: формировать навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Объем времени: 4ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1. Дать определение дифференциального уравнения.
2. Дать определение общего решения дифференциального уравнения.
3. Дать определение дифференциального уравнения с разделяющими переменными.
4. Дать определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
5. Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x,y)$ с разделяющими переменными

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Проверить подстановкой, что данная функция является общим решением (интегралом) данного дифференциального уравнения:

	$y = 3x + 1 \quad ; \quad xy^{/} = y - 1$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения методом разделения переменных:

.	$\cos x y^{/} = (1 + y) \sin x$

3. Найти частное решение уравнения первого порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям:

	$x^2 y + y^2 = 0, \quad y_0 = 1,$ при $x_0 = -4$

4. Решить линейное уравнение первого порядка:

	$y^{/} - \frac{y}{x} = x$

5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения:

	$(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0,$ если при $x = 1, y = -2$

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

1. Проверить подстановкой, что данная функция является общим решением (интегралом) данного дифференциального уравнения:

1.		$y = x^2 + x + C;$ $dy = (2x + 1)$	2.	$y = Ce^{2x} \quad ; \quad y^{/} = 2y$

2. Найти общие решения дифференциальных уравнений методом разделения переменных:

1.	$yy^{/} + x = 0$	2.	$y^{/} = \sin x$

3. Найти частные решения уравнений первого порядка, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

1.	$xy^{/} = \frac{y}{lnx}, \quad y_0 = 1,$ при $x_0 = e$	2.	$x^2 \frac{\partial y}{\partial x} = y, y_0 = 5$ при $x_0 = 0$

4. Решить линейные уравнения первого порядка:

1.	$y^{/} + x^2 y = 2e^{-\frac{x^3}{3}}$	2.	$y^{/} - y = e^x$

5. Найти частные решения однородных дифференциальных уравнений:

1.	$(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$, если при $x = 1, y = -2$	2.	$2(x+1)dy - ydx = 0$, если при $x = 1, y = 2$

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 17.

Нахождение общих и частных решений обыкновенных дифференциальных уравнений 1 и 2 порядка.

Объем времени: 2ч

Оценочное задание:

Решить дифференциальное уравнение:

Вариант	1. Найти общее решение уравнения:	2.Найти частное решение уравнения:
1	1.$(x+1)dx + 2ydy = 0$ 2.$y'' + 3y' - 4y = 0$	$2xdy + 2ydx = 0$, если $y = 1$ при $x = 2$
2	1.$y' = x$ 2.$y'' + 6y' + 9y = 0$	$ydy - (1 + x)dx = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$
3	1.$(2-x)dx = 3ydy$ 2. $\frac{dy}{x} - \frac{dx}{1-y} = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y' = 2$, $y = -1$ при $x = 0$
4	1.$(x + 2)\,dy = ydx$ 2.$y'' + 3y' = 0$	$(x+1)dx + 2ydy = 0$ если $y = 1$при $x = 1$
5	1.$\frac{dy}{dx} = 2x-1$ 2.$y''+y'+y=0$	$ydx - 2xdy = 0$, если $y = 1$ при $x =3$
6	1.$y^2dy = (x - 2)dx$ 2.$\frac{dy}{x+1} - \frac{dx}{y} = 0$	$y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y' = 1$, $y = 1$ при $x = 0$
7	1.$y' = x$ 2.$y''+y'+y=0$	$ydx - (1 + x)dy = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$
8	1.$y^2dy = (x + 2)dx$ 2. $\frac{dy}{x} - \frac{dx}{1+y} = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y' = 2$, $y = -1$ при $x = 0$
9	1.$(x + 2)\,dy = 2ydx$ 2.$y'' + 3y' = 0$	$2xdy + 2ydx = 0$, если $y = 1$ при $x = 2$
10	1.$\frac{dy}{dx} = 4x-1$ 2.$y'' + 6y' + 9y = 0$	$ydx - 2xdy = 0$, если $y = 1$ при $x =2$

11	1.$(2-x)dx = 2ydy$ 2.$\frac{dy}{x-1} - \frac{dx}{y} = 0$	$y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y' = 1$, $y = 1$ при $x = 0$
12	1.$(x+1)dx + 6ydy = 0$ 2.$y'' + 3y' - 4y = 0$	$(x+1)dx + 2ydy = 0$ если $y = 1$при $x = 1$
13	1.$(x+2)dx + 2ydy = 0$ 2.$y'' - 3y' - 4y = 0$	$2xdy + 2ydx = 0$, если $y = 1$ при $x = 2$
14	1.$y' = 2x$ 2.$y'' + 6y' + 9y = 0$	$ydy – (1 + x)dx = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$
15	1.$(2+x)dx = 3ydy$ 2. $\frac{dy}{x} - \frac{dx}{1+y} = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y' = 2$, $y = -1$ при $x = 0$
16	1.$(x + 3) dy = ydx$ 2.$y'' + 3y' = 0$	$(x+1)dx + 2ydy = 0$ если $y = 1$при $x = 1$
17	1.$\frac{dy}{dx} = 2x+1$ 2.$y''+y'+y=0$	$ydx – 2xdy = 0$, если $y = 1$ при $x =1$
18	1.$y^2dy = (x – 3)dx$ 2.$\frac{dy}{x+1} - \frac{2dx}{y} = 0$	$y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y' = 1$, $y = 1$ при $x = 0$
19	1.$y' = 4x$ 2.$y''- y'+y=0$	$ydx – (1 + x)dy = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$
20	1.$y^2dy = (x – 4)dx$ 2. $\frac{2dy}{x} - \frac{dx}{1-y} = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y' = 2$, $y = -1$ при $x = 0$
21	1.$(x + 2) dy = ydx$ 2.$y'' + 3y' = 0$	$2xdy + 2ydx = 0$, если $y = 1$ при $x = 2$
22	1.$\frac{dy}{dx} = 2x-2$ 2.$y'' + 6y' + 9y = 0$	$ydx – 2xdy = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$
23	1.$(4-x)dx = 3ydy$ 2.$\frac{dy}{x+1} - \frac{dx}{y} = 0$	$y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y' = 1$, $y = 1$ при $x = 0$
24	1.$(x+5)dx + 2ydy = 0$ 2.$y'' + 3y' - 4y = 0$	$(x+1)dx + 2ydy = 0$ если $y = 1$при $x = 1$
25	1.$(x+7)dx + 2ydy = 0$ 2.$y'' + 3y' - 4y = 0$	$2xdy + 2ydx = 0$, если $y = 1$ при $x = 2$
26	1.$y' = 6x$ 2.$y'' - 6y' + 9y = 0$	$ydy – (1 + x)dx = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$
27	1.$(2+x)dx = 4ydy$ 2. $\frac{dy}{x} - \frac{3dx}{1-y} = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y' = 2$, $y = -1$ при $x = 0$
28	1.$(x + 6) dy = ydx$ 2.$y'' - 3y' = 0$	$(x+1)dx + 2ydy = 0$ если $y = 1$при $x = 1$
29	1.$\frac{dy}{dx} = 2x-3$ 2.$y''+y'+y=0$	$ydx – 2xdy = 0$, если $y = 1$ при $x = 2$

30	1.$y^2dy = (x – 8)dx$ 2.$\frac{3dy}{x+1} - \frac{dx}{y} = 0$	$y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y' = 1$, $y = 1$ при $x = 0$
31	1.$y' = 8x$ 2.$y''+y'+y=0$	$ydx – (1 + x)dy = 0$, если $y = 2$ при $x = 1$
32	1.$ydy = (x – 12)dx$ 2. $\frac{dy}{x} - \frac{dx}{1-y} = 0$	$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y' = 2$, $y = -1$ при $x = 0$

Практическая работа № 18.

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений методом Эйлера.

Цель работы: Формировать умение решать дифференциальные уравнения методом Эйлера.

Объем времени: 4ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка).

- Запишите интерполяционный многочлен Ньютона
- Назовите метод решения системы линейных уравнений, в которых решение системы получают после повторения однотипных математических операций, где на каждом шаге используются результаты предыдущих шагов.
- Назовите метод решения дифференциальных уравнений, дающий приближенное решение в виде аналитического выражения.
- Назовите метод решения дифференциальных уравнений, дающий приближенное решение в виде таблицы.
- Назовите способ нахождения по известному приближению решения следующее, более точное приближение.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

№1

Задание: Используя метод Эйлера, найти значения функции y, определяемой дифференциальным уравнением, при начальном условии y (0) = 1;
y / (0) = 0 шаг h = 0,1. Найти y_1:

1.	*y / = xy + 2*	4.	*y// =y/ +xy +1*
2.	*y/ = x^2 - y*	5.	*y// =yy / +x*
3.	*y// = y/ + y +1*	6.	*y / = 5x + y + 3*

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

№№ 2-6

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись

1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 19.
Решение дифференциальных уравнений в частных производных.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки решения дифференциальных уравнений в частных производных.
Объем времени: 4ч

Ход работы:
1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1.Дать определение функции нескольких независимых переменных.

2.Дать определение понятия «частная производная»

3.Дать определение понятия «Дифференциальные уравнения в частных производных».

4.Задача Коши для линейного однородного уравнения с частными производными первого порядка.

5.Алгоритм решения задачи Коши.

6.Метод Фурье для решения дифференциального уравнения второго порядка с частными производными.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)
1.Класифицировать следующие уравнения:

а) $u_t' + u_x' = 0$ б) $u_{tt}'' - c^2 u_{xx}'' = 0$

в) $u_t' - a^2 u_{xx}'' = 0$ г) $u_{xx}'' + u_{yy}'' = 0$

2.Найти общее решение уравнения $y\frac{\partial u}{\partial x} + x\frac{\partial u}{\partial y} = 0$

2.Для $y\frac{\partial u}{\partial x} + x\frac{\partial u}{\partial y} = 0$ ($y > 0$) решить задачу Коши с начальными условиями

а) $u|_{x=0} = 2y^2$

б) $u_{x=1} = \sqrt{1 + y^2} = \varphi(y)$

3) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
3.	тип. расчет		

итог			

Практическая работа № 20.
Нахождение значений функции с помощью ряда Маклорена

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать навыки разложения функции в ряд Маклорена
Объем времени: 4ч

Ход работы
1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)
- Дайте определение числового ряда.
- Перечислить виды рядов.
- Дать определение понятию «сходящийся» и «расходящийся ряд.
- Сформулировать признак Даламбера.
- Записать общий вид тригонометрического ряда Маклорена.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем).
1. Разложить функцию в ряд Маклорена.
1) $f(x) = \frac{1}{x-1}$;
2) $f(x) = \cos x$.
3) $f(x) = \frac{1}{x+1}$.
3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)
Разложить функцию в ряд Маклорена.
1) $f(x) = \frac{1}{x-2}$;
2) $f(x) = e^{x+1}$.
3) $f(x) = \sin 2x$

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 21.
Решение задач на операции над множествами

Цель работы: формировать умение решать простейшие задачи с применением понятия множество
Объем времени: 4ч

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)
- Что такое множество?
- Что называется элементами множества?
- Как обозначаются множество и его элементы?

- Назовите виды множеств
- Назовите способы задания множеств
- Назовите основные операции над множествами и их суть

2) Оценочное задание

10. Выполнить операции над множествами: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \div B$, $\overline{B}$,

если U = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,a,b,c,d,n,m,k,f,x,y}

№ варианта	Множество A	Множество B
1.	{1,2,3,5,6,}	{1,2,3,4,7}
2.	{a,b,c,x}	{a,b,c, d,r}
3.	{1,2,3,8}	{1,2,4,5}
4.	{a,c,d,k}	{a,b,c,d,n}
5.	{5,6,7}	{a,b,c,7}
6.	{6,7,8,2}	{2,4,5,6,7,}
7.	{a,c,b,d}	{a,d,n}
8.	{1,2,5,7}	{1,3,2,5}
9.	{f,d,2 ,4,1,3}	{f,d,1,2,3}
10.	{1,2,3,5}	{1,3,a,c}
11.	{1,2,3,4,5}	{1,4,5,8,7}
12.	{ a, b, c, y, x}	{1,3,4, a, b}
13.	{1,2,4,7}	{1,2,3,6}
14.	{a,b,c,4}	{a, b, c, d}
15.	{5,6,b,a,7}	{5,6,a,b,c,}
16.	{6,7,4,3}	{6,8,1,5}
17.	{1,2,3,a,d}	{a,c,1,3,4}
18.	{3,2,1,0}	{1,3,5,6}
19.	{f,b,1,2,3}	{f,d,1,2,3}
20.	{1,2,3,5,x}	{1,3,4,x,y}
21.	{a, b, c, n, m}	{a,b,5,6,8}

22.	{5,6,b,a,7}	{5,a,b,c,7}
23.	{1,3,6,7,4}	{6,8,7,1,4}
24.	{a,c,d,x,1}	{a,c,x,2,3}
25.	{a,b,c,d,4}	{a,b,4,5,7}
26.	{1,2,3,5,6,}	{1,2,3,4,7}
27.	{a, b, c, x}	{a, b, c, d, r}
28.	{1,2,3,8}	{1,2,4,5}
29.	{a, c, d, k}	{a, b, c, d, n}
30.	{5,6,7}	{a,b,c,7}
31.	{6,7,8,2}	{2,4,5,6,7,}
32.	{a, c ,b, d}	{a, d, n}

11. Решить задачу:

Известно, что из *n* учеников спортом увлекаются *a* учеников, программированием *b*, математикой *c*, спортом и программированием *d*, спортом и математикой *e*, программированием и математикой *f* , спортом, математикой и программированием *g* учеников. Сколько учеников увлекается только программированием? Сколько учеников увлекается только математикой? Сколько учеников ничем не увлекается?

Вариант	*n*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
1.	100	30	28	42	8	5	10	3
2.	80	23	29	28	10	5	8	2
3.	70	32	21	23	8	12	4	3
4.	70	30	30	30	7	13	11	4
5.	100	28	35	28	3	6	9	2
6.	80	28	29	30	17	13	12	10
7.	90	30	30	35	6	6	9	2
8.	100	43	25	30	10	8	5	3

9.	100	35	30	40	12	10	8	5
10.	80	25	25	25	10	5	3	2
11.	90	33	42	30	13	10	6	3
12.	100	30	28	42	8	5	10	3
13.	80	23	29	28	10	5	8	2
14.	70	32	21	23	8	12	4	3
15.	70	30	30	30	7	13	11	4
16.	100	28	35	28	3	6	9	2
17.	80	28	29	30	17	13	12	10
18.	90	30	30	35	6	6	9	2
19.	100	43	25	30	10	8	5	3
20.	100	35	30	40	12	10	8	5
21.	80	25	25	25	10	5	3	2
22.	90	33	42	30	13	10	6	3
23.	70	28	21	23	8	12	4	3
24.	100	28	30	30	7	13	11	4
25.	80	30	35	28	3	6	9	2
26.	100	30	28	42	8	5	10	3
27.	80	23	29	28	10	5	8	2
28.	70	32	21	23	8	12	4	3
29.	70	30	30	30	7	13	11	4
30.	100	28	35	28	3	6	9	2
31.	80	28	29	30	17	13	12	10
32.	90	30	30	35	6	6	9	2

Практическая работа № 22.

Решение комбинаторных и вероятностных задач.

Цель работы: формировать умение решать простейшие комбинаторные задачи

Объем времени: 4ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

- Сформулировать определение вероятности.
- Сформулировать свойства вероятности.
- Сформулировать теорему сложения вероятностей.
- Сформулировать теорему вероятности произведения двух зависимых событий
- Записать формулу Байеса.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем) №№1,7, 13, 19, 25.

1.Решить задачу на использование классического определения вероятности:

1.	Из букв слова «вероятность» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: А-согласной; В – гласной; С – буква «о».	4.	В урне 6 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны вынимают еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.
2.	Из урны, содержащей 10 белых шаров и 8 черных, вынимают подряд все находящиеся в ней шары. Найти вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар.	5.	Бросаются две монеты. Какова вероятность, что обе монеты упадут «решкой» кверху.
3.	В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Найти вероятность следующих событий: А- сумма номеров вынутых шаров не меньше 7; В-сумма номеров вынутых шаров равна 11; С-сумма номеров вынутых шаров не больше 11.	6.	Все натуральные числа от 1 до 30 написаны на одинаковых карточках и положены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?

2. Решить задачу на использование классического определения вероятности:

7.	Игральная кость бросается один раз. Найти вероятность следующих событий: А- появление не менее 4 очков; В- появление не более 4 очков.	10.	Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что абсолютная величина выпавших очков равна 2?

8.	Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность того, что оба раза появиться одинаковое число очков.	11.	В лотерее 1000 билетов. Из них два билета выпадает выигрыш 200 рублей, на 4 билета -100 рублей, на десять – по 20 рублей, на тридцать – по 10 рублей, на пятьдесят - по 5 рублей, на двести – по 1 рублю, остальные билеты без выигрыша. Какова вероятность выигрыша по билету не менее 5 рублей?
9.	Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятности следующих событий: А- сумма выпавших очков равна 6. В- произведение выпавших очков равно 6.	12.	Произвольным образом выбирается двузначное число. Какова вероятность того, что это число окажется: А-кратным 3; В- кратным 6; С- кратным 50.

3. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

13.	В ящике находятся пуговицы различных цветов белых– 50%; красных – 20%; зеленых – 20%; синих - 10%. Какова вероятность того, что взятая наугад пуговица окажется синего или зеленого цвета.	16.	В магазин поступили телевизоры, 60% которых поставило предприятие, 25% - второе и 15% - третье. Какова вероятность того, что купленный телевизор изготовлен на первом и третьем предприятии.
14.	Вероятность того, что стрелок, произведя выстрел выбивает 10 очков, равна 0,4; 9 очков -0,3 и, наконец 8 или меньше очков – 0,3. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков.	17.	Вероятность попадания в мишень для первого спортсмена 0,85, а для второго -0,8. Спортсмены независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один спортсмен.
15.	При записи фамилий участников соревнований, общее число которых 420 оказалось, что начальной буквой фамилий у 10 из них была «А», у 6-«Е», у 9-«И», у 12-«О», у 5-«У», у 3-«Ю», у всех остальных фамилия начиналась с согласной. Определить вероятность, что фамилия участника начинается с гласной.	18.	Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?

4. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

19.	Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет	22.	Консультационный пункт университета получает пакеты с

	четное или кратное трем число очков.		контрольными работами из городов А, В, С. Вероятность получения пакета из города А равна 0,6, а из города В-0,1. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города С.
20.	Найти вероятность того, что взятое наудачу двузначное число окажется кратным либо 2, либо 5, либо тому и другому одновременно.	23.	Из первого предприятия поступило 200 пробирок, из которых 190 стандартных, а со второго – 300, из которых 280 стандартных. Найти вероятность того, что взятая наугад пробирка будет стандартной.
21.	В ящике имеются 30 шаров белого цвета и 5 черного. Из ящика наудачу берут один за другим 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.	24.	В мастерской два мастера работают независимо друг от друга. Вероятность того, что в течении часа первый мотор не потребует внимание мастера, равна 0,9, для второго мотора эта вероятность того, что в течении часа ни один из моторов не потребует внимания мастера.

5. Решить задачу по теоремам сложения и умножения вероятностей:

25.	Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один вопрос?	28.	Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75, для второго -0,8, для третьего – 0,9. Определить вероятность того, что все три стрелка попадут в цель.
26.	Вероятность того, что в течение одного рабочего дня возникает неполадка в определенном медицинском приборе равна 0,05. Какова вероятность того, что не произойдет ни одной неполадки за 3 рабочих дня?	29.	В урне 5 белых и 10 черных шаров. Из урны вынимается один шар, отмечается его цвет и шар возвращается в урну. После этого из урны берется еще один шар. Найти вероятность того, что оба вынутые шара будут белыми.
27.	Вероятность того, что в летнюю сессию студент сдаст первый экзамен, равна 0,8; второй -0,9; третий – 0,8. Найти вероятность того, что он сдаст только первый экзамен.	30.	В урне 3 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимаются сразу два шара. Найти вероятность того, что эти шары будут разных цветов.

3) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5
1.	2	8	14	20	26
2.	3	9	15	21	27

3.	4	10	16	22	28
4.	5	11	17	23	29
5.	6	12	18	24	30

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Практическая работа № 23. Нахождение функции распределения и числовых характеристик дискретной случайной величины.

Цель работы: формировать умение обрабатывать экспериментальные данные, строить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, полигон и гистограмму ряда, определять его характеристики.

Объем времени: 2ч

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

Контрольные вопросы:

- Что такое генеральная совокупность?
- Что такое выборочная совокупность?
- Что такое вариационный ряд?
- Статистическое распределение выборки
- Эмпирическая функция распределения
- Чем отличаются полигон и гистограмма частот?
- Что такое мода?
- Что такое медиана?
- Что такое вариационный размах?
- Что такое выборочная средняя?
- Что такое выборочная дисперсия?
- Что такое выборочное среднее квадратическое отклонение?
- Что такое среднее абсолютное отклонение?
- Что такое коэффициент вариации?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Исходные данные: (1 2 5 3 0 1 2 7 5 4 9 2 3 6 4 5 1 0 2 1 4 3 0 3 1 0 4 4 2 2) с частичным интервалом 3.

1.Найти частоту каждого значения случайной величины $n_{i,}$, относительную частоту w_i и составить таблицу вариационного ряда.

2. Построить полигон частот $(x_i\,;\,n_i)$

3. Построить полигон частот $(x_i\,;\,w_i)$

4. Провести вычисления для построения эмпирической функции распределения.

5. Построить эмпирическую функцию распределения и ее график.

6. Построить гистограмму с частичным интервалом 3.

7.Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

8. Найти моду, медиану, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.

4) Самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения)

Исходные данные: (0,01 0,01 0,04 0,18 0,18 0,22 0,22 0,25 0,25 0,29 0,42 0,42 0,46 0,46 0,46 0,47 0,59 0,59 0,68 0,68 0,68 0,70 0,72 0,76 0,78 0,83 0,85 0,85 0,93 0,93) с частичным интервалом 0,23.

1.Найти частоту каждого значения случайной величины $n_{i,}$, относительную частоту w_i и составить таблицу вариационного ряда.

2. Построить полигон частот (x_i ; n_i)
3. Построить полигон частот (x_i ; w_i)
4. Провести вычисления для построения эмпирической функции распределения.
5. Построить эмпирическую функцию распределения и ее график.
6. Построить гистограмму с частичным интервалом 3.
7.Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.
8. Найти моду, медиану, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение, коэффициент вариации.

4) Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	Подпись
1.	теория		
2.	упражнения		
3.	тип. расчет		
итог			

Список использованной литературы.

Основная литература:

Лисичкин В. Т. Математика в задачах с решениями: учебное пособие / В Т. Т. Лисичкин, И. Л. Соловейчик. 7-е изд., стер. – Санкт – Петербург: Лань, 2020.-464 с. ЭБС Лань.

Дополнительная литература:

Дадаян А. А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2021. - 544 с. ЭБС znanium