

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Сибирский колледж транспорта и строительства

СБОРНИК ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ОПЦ. 02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

для специальности

09.02.01 Компьютерные системы и комплексы

*базовая подготовка*

*среднего профессионального образования*

Иркутск 2024 г.

Электронный документ выгружен из ЕИС ФГБОУ ВО ИрГУПС и соответствует оригиналу

Подписант ФГБОУ ВО ИрГУПС Трофимов Ю.А.

00920FD815CE68F8C4CA795540563D259C с 07.02.2024 05:46 по 02.05.2025 05:46 GMT+03:00

Подпись соответствует файлу документа



РАССМОТРЕНО:

ЦМК математики, физики,  
географии, биологии, химии

Председатель ЦМК:

Новикова Т.П.

Протокол № 8

от «11» апреля 2024г.

Составитель Новикова Т.П., преподаватель высшей категории, Сибирский колледж транспорта и строительства ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет путей сообщения».

## Содержание:

Предисловие	4
Тема: Операции над множествами	
Практическая работа №1 «Решение задач на операции над множествами»	5
Практическая работа №2 " Решение задач на операции над множествами"	6
Тема: Отношения.	
Практическая работа №3 " Решение задач на бинарные отношения»	7
Тема: Элементы теории графов	
Практическая работа №4 «Решение задач на операции над графами »	8
Практическая работа №5 " Решение задач на построение бинарного дерева поиска для структур данных»	10
Тема: Высказывания	
Практическая работа № 6 «Решение задач на исчисление высказываний	12
Тема: Булевы функции	
Практическая работа № 7 " Решение задач на эквивалентность формул»	13
Практическая работа № 8 " Решение задач на нахождение СКНФ и СДНФ"	15
Тема: Минимизация булевы функции	
Практическая работа № 9 " Решение задач на минимизацию булевых функций методом неопределенных коэффициентов"	16
Практическая работа № 10 " Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода Квайна - Мак-Класки	17
Практическая работа № 11 «Минимизация булевых функций методом карт Карно».	17
Практическая работа № 12 " Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода карт Карно. Полином Жегалкина. Теорема Поста"	18
Тема: Логика предикатов	
Практическая работа № 13" Решение задач на исчисления предикатов"	20
Практическая работа № 14" Решение задач на исчисления предикатов"	21
Практическая работа №15" Решение комбинаторных задач	22
Практическая работа №16 " Решение прикладных комбинаторных задач»	23
Практическая работа №17. Определение вероятности событий	24
Практическая работа № 18. Вывод рекуррентных формул	26
Список использованной литературы	28

## Предисловие

Сборник задач содержит задания для практических работ, предназначенных для более глубокого изучения дисциплины; систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений; углубления и расширения теоретических и практических знаний; формирования умений использовать специальную, справочную литературу, а так же содержит методические указания по выполнению предложенных заданий и список литературы, необходимой для изучения дисциплины.

Использование данного сборника задач в учебном процессе позволит каждому студенту освоить теоретический материал, даст возможность применить полученные знания на практике.

### Указания к оцениванию практических работ

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения практических работ производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Тема: Операции над множествами.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Решение задач на операции над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над множествами, умения представлять множества в виде круговых диаграмм.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1) Назовите цели и задачи математики.

2) Что изучает дискретная математика?

3) Что называется множеством, элементами множества?

4) Какие виды множеств бывают?

5) Способы задания множеств?

6) Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?

7) Основные свойства операций над множествами?

8) Декартово произведение множеств и его степень?

9) Записать формулу количества элементов в объединении двух конечных множеств.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Даны множества  $A_1 = \{a, b, c\}$ ,  $A_2 = \{c, d, e, f\}$ ,  $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ . Осуществить операции: а) объединения; б) пересечения; в) разности; г) дополнения.

Решение:

а) объединение множеств  $A_1$  и  $A_2$  содержит все элементы, принадлежащие множествам  $A_1$  и  $A_2$ :  $A_1 \cup A_2 = \{a, b, c, d, e, f\}$ .

б) пересечение множеств  $A_1$  и  $A_2$  содержит только элементы, принадлежащие и первому, и второму множествам одновременно:  $A_1 \cap A_2 = \{c\}$ .

в) используя определение разности множеств, получаем:  $A_1 \setminus A_2 = \{a, b\}$ ,

$A_2 \setminus A_1 = \{d, e, f\}$ .

г) дополнение  $\overline{A_1}$  содержит только те элементы множества  $U$ , которые не принадлежат множеству  $A_1$ :  $\overline{A_1} = U \setminus A_1 = \{d, e, f\}$ ,

аналогично,  $\overline{A_2} = U \setminus A_2 = \{a, b\}$ .

2. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

Решение:

с помощью кругов Эйлера наглядно представлено на рис.1 и 2. На рис.1 множество  $A$  заштриховано горизонтально, а  $B \cap C$  — вертикально; поэтому  $A \cup (B \cap C)$  — область, попадающая под вертикальную или горизонтальную штриховку. На рис.2 множество  $A \cup B$  заштриховано горизонтально, а  $A \cup C$  — вертикально; тогда  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$  — область, попадающая под обе штриховки. Легко видеть, что обе эти области совпадают.

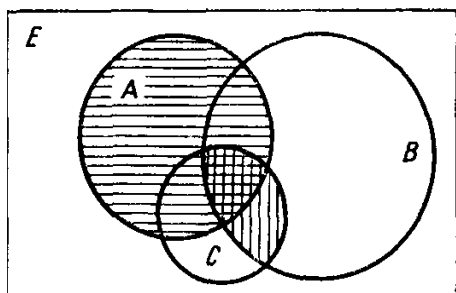


Рис.1

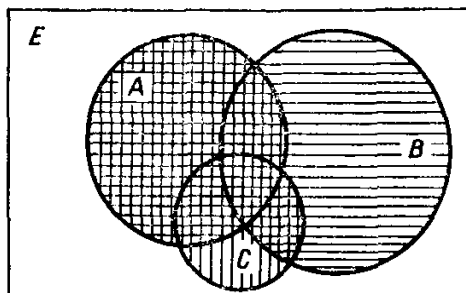


Рис.2

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Пусть  $A = \{1,3\}$ ,  $B = \{2,3,4\}$ ,  $C = \{2,4\}$ ,  $U = \{1,2,3,4\}$ . Найти: а)  $\bar{A} \cup \bar{B}$ ; б)  $A \cap \bar{B}$ ; в)  $A \cap \bar{B}$ ; г)  $(B \setminus C) \cup A$ .

2. Найти  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \div B$ ,  $\bar{A}$ , если  $A = \{1.2.4.6.\}$ ,  $B = \{a, b, c, f, k\}$ ,  $U = \{1,2,3,4,5,6,7, a, b, c, d, e, f, k, m, n\}$

3. Пусть  $A = \{\square, *, \Delta\}$ ,  $B = \{\square, \circ\}$ ,  $C = \{\circ, *, \Delta, \#\}$ .

Доказать, что  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .

4. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество:  $A \cup (C \cup \bar{B})$ .

5. С помощью кругов Эйлера – Венна изобразить множество:  $\bar{A} \div C$ .

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Решение задач на операции над множествами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умения использовать операции над множествами при решении задач.

Ход работы

- 1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)
  - 1) Назовите цели и задачи дискретной математики.
  - 2) Что изучает дискретная математика?
  - 3) Что называется множеством, элементами множества?
  - 4) Какие виды множеств бывают?
  - 5) Способы задания множеств?
  - 6) Операции над множествами и их иллюстрация с помощью кругов Эйлера?
  - 7) Основные свойства операций над множествами?
  - 8) Декартово произведение множеств и его степень?
  - 9) Записать формулу количества элементов в объединении двух конечных множеств.
- 2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

Пусть универсальное множество  $U$  – множество всех учащихся и преподавателей СКТиС;  $A$  – множество всех преподавателей;  $B$  – множество учащихся, успевающих по всем дисциплинам на «отлично»;  $c$  – множество неуспевающих учащихся;  $D$  – множество учащихся группы КСК – 16 – 1. Какой содержательный смысл каждого из следующих множеств:

а)  $\bar{A}$ ; б)  $\bar{B}$ ; в)  $B \cap D$ ; г)  $D \setminus C$ ; д)  $A \cup \bar{C}$ ; е)  $A \cup (B \cap D)$ ; ж)  $C \setminus D$ .

Решение:

а)  $\bar{A}$  – множество всех учащихся колледжа (без преподавателей);

б)  $\bar{B}$  – множество преподавателей и учащихся, кроме успевающих по всем предметам на «отлично»;

в)  $B \cap D$  – множество отличников, обучающихся в группе КСК – 16 – 1;

г)  $D \setminus C$  – множество учащихся группы КСК – 16 – 1, справляющихся с учебным планом;

д)  $A \cup \bar{C}$  – множество преподавателей и всех успевающих учащихся;

е)  $A \cup (B \cap D)$  – множество преподавателей и отличников группы КСК – 16 – 1;

ж)  $C \setminus D$  – множество неуспевающих учащихся колледжа, кроме группы КСК 16 – 1.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения).

1. Пусть  $X$  – множество студентов 2 курса одной группы колледжа, учащихся на «4» и «5», а  $Y$  – множество студентов другой группы этого же колледжа, учащихся на «отлично». Определить множество  $X \cup Y$ ,  $X \cap Y$ ,  $X \setminus Y$ .

2. В некоторой группе 12 человек изучают английский язык и 16 – французский язык. Причем 4 человека изучают оба языка. Сколько человек в группе?

3. Пусть  $A$  – множество всевозможных параллелограммов,  $B$  – множество прямоугольников,  $C$  – множество ромбов,  $D$  – множество квадратов,  $E$  – множество трапеций. Запишите результаты операций:

а)  $B \cap C$ ; б)  $B \cup C \cup D \cup A$ ; в)  $D \cap E$ .

4. Из 50 учащихся 32 занимаются в спортивных секциях, 21 занимаются в техническом кружке, 15 – в кружке художественной самодеятельности. Причем 10 человек увлекаются и спортом и техникой, 7 – техникой и художественной самодеятельностью, 9 – спортом и художественной самодеятельностью, 4 – спортом, техникой и художественной самодеятельностью. Сколько человек ничем не увлекаются?

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Отношения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Решение задач на бинарные отношения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение задавать бинарные отношения.

Ход работы

- 1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)
- 2) Что называют отношением?
- 3) Назовите основные виды отношений.

- 4) Дайте определение бинарного отношения.
- 5) Как обычно задаются бинарные отношения?
- 6) Перечислите свойства бинарных отношений.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем)

1. Пусть  $M = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Записать бинарное отношение  $R$  перечислением элементов и матрицей, если  $R$  означает «быть делителем».

Решение:

$$R = \{(a, b) \mid a, b \in M, a - \text{делитель } b\}.$$

$$R = \{(3,3), (3,6), (3,9), (4,4), (4,8), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9)\}.$$

Матрица:

$a \setminus b$	3	4	5	6	7	8	9
3	1	0	0	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0
9	0	0	0	0	0	0	1

2. Определить тип отношения равносильности на множестве формул

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Решение: данное отношение является отношением эквивалентности, так как имеются все характерные свойства этого типа отношений.

3.  $R$  — отношение « $a$  является отцом  $b$ ». Запишите словами отношение  $R^2$ :  $aR^2b$ .

Решение: данное отношение было применено дважды, следовательно, отношение  $aR^2b$  означает « $a$  является дедом  $b$ ».

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Пусть  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Записать бинарное отношение  $R$  перечислением элементов и матрицей, если  $R$  означает «быть больше или равным».

2. Определить тип отношения  $\{(a, b) \mid a \text{ и } b \text{ вычисляют среднее значение случайной величины.}\}$

3. Определить тип отношения  $\{a, b, v, g, d, e, z\}$  отношения предшествования букв в русском алфавите.

4. Рассмотрим следующие восемь отношений между людьми, а именно: «быть отцом», «быть матерью», «быть сыном», «быть дочерью», «быть братом», «быть сестрой», «быть мужем», «быть женой». Выразить через них с помощью операций над отношениями следующие отношения: «быть племянницей», «быть тестем».

#### 4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Операции над графами.  
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Решение задач на операции над графами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.



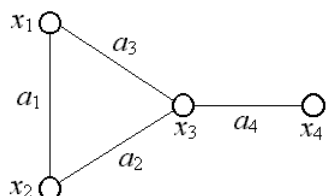
## Ход работы

Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) Дать определение понятия графа.
- 2) Перечислите основные виды графов.
- 3) Перечислите способы задания графов.
- 4) Перечислите операции над графами.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Определите степени вершин графа:



Решение: степень вершины графа – это количество ребер, исходящих из этой вершины.  $p(x_1) = 2$ ;  $p(x_2) = 2$ ;  $p(x_3) = 3$ ;  $p(x_4) = 1$

2. Определить сумму степеней данного графа.

Решение: сумма степеней графа равна удвоенному числу ребер графа. Так как ребер в данном графе 4, то сумма степеней вершин равна 8.

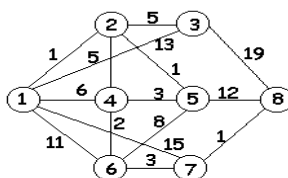
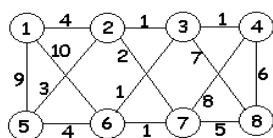
3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Дан граф

А) Запишите количество ребер и вершин графа;

В) Определить кратчайший путь из вершины 1 в вершину 8 для графа, представленного на рисунке;

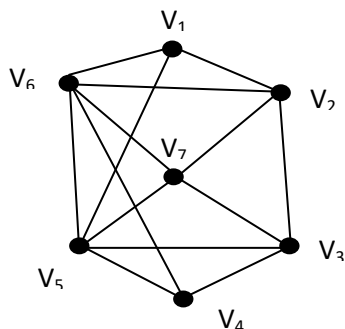
С) Запишите номера вершин, имеющих одинаковую степень:



2. Граф задан диаграммой.

А) Составьте маршруты длины 5 из вершины  $V_2$  в вершину  $V_5$ . Составьте простую цепь, соединяющую эти вершины.

В) Постройте простой цикл, содержащий вершину  $V_4$ .



1. Сумма степеней вершин графа равна 8. Найдите число ребер.
2. Число ребер графа равно 12. Найти сумму степеней вершин графа.

#### 4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Операции над графами.

#### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Решение задач на операции над графами.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над графами.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1)Дать определение понятия графа.
- 2)Перечислите основные виды графов.
- 3)Перечислите способы задания графов.
- 4)Перечислите операции над графами.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Для графа, заданного отношением на множестве построить матрицу смежности, списки смежных вершин и нарисовать граф.

Пример  $V = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$   $R = \{(1,2), (3,4), (1,4), (3,3), (3,7), (7,3), (8,4), (3,5), (5,7), (8,1)\}$

Решение

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	0	1	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0	1	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0
8	1	0	0	1	0	0	0	0

1	2,4
2	
3	3,4,5,7
4	
5	7
6	
7	3
8	1,4

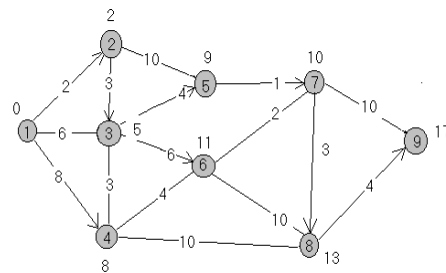
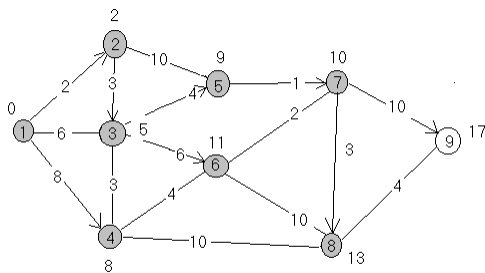
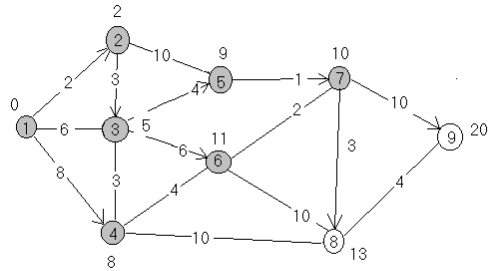
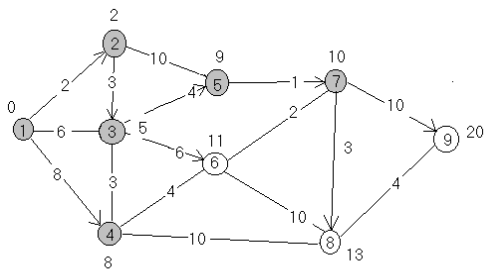
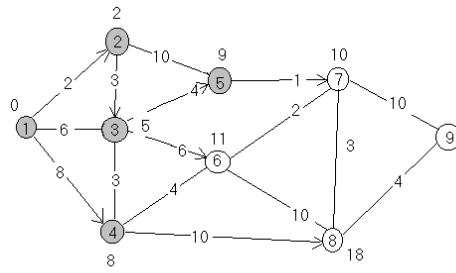
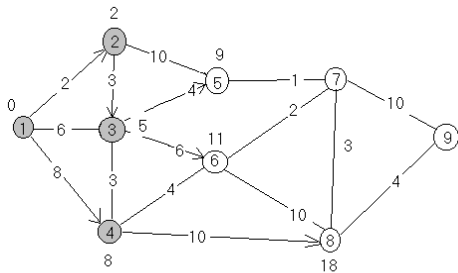
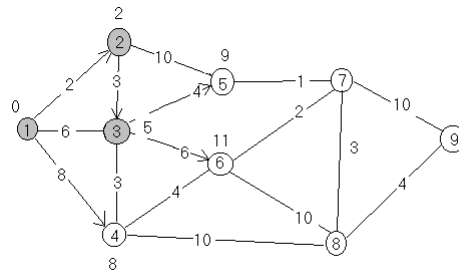
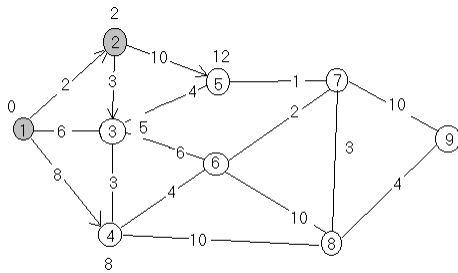
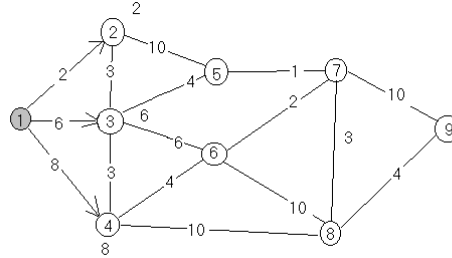
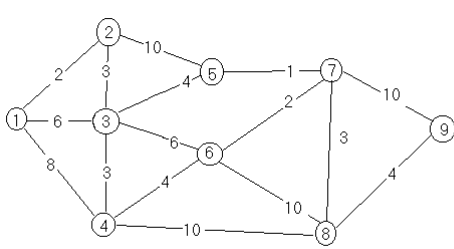
2. Найти кратчайший путь в графе, продемонстрировав работу алгоритма Дейкстры

Пример Задана матрица весов. Найти кратчайший путь от вершины 1 к 9

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	6	8					
2	2	0	3		10				
3	6	3	0	3	4	6			

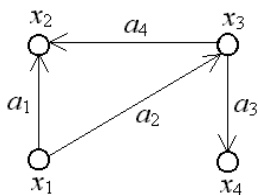
4	8		3	0		4		10	
5		10	4		0		1		
6			6	4		0	2	10	
7					1	2	0	3	10
8				10		10	3	0	4
9							10	4	0

Решение



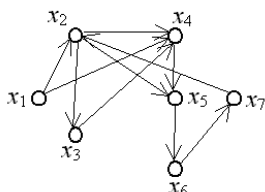
3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Дан граф



Записать матрицу смежности графа.

2. Дан граф. Записать кратчайший путь из вершины 1 в вершину 6.



4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Исчисление высказываний.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Решение задач на исчисление высказываний.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять операции над высказываниями.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) Что называется высказыванием?
- 2) Перечислите виды высказываний.
- 3) Перечислите операции над высказываниями.
- 4) Что такое таблицы истинности?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями?

- а) Москва – столица России.
- б) студент 2 курса.
- в)  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle AKM$
- г)  $17 \cdot 2 = 3$

Решение: высказывание – это предложение, о котором можно судить истинно оно или ложно, поэтому высказываниями будут являться предложения а, в, г.

2. Пусть высказывание  $p$  таково:

- а)  $2 \cdot 2 = 4$ ;
- б) Слон – насекомое;
- в) я мальчик;

каким будет высказывание  $\bar{p}$ ?

Составить высказывания и определить их истинность.

Решение: а)  $2 \cdot 2 \neq 4$  – ложь;  
 б) Слон – не насекомое – истина;  
 в) я не мальчик – истина, если р ложно и наоборот;

3. Пусть высказывания р и к таковы:

Р: «Это целое положительное число», к: «Это целое положительное число простое».

Прочитать словами высказывания:

а)  $p \wedge k$ ; б)  $\bar{p} \wedge k$ ; в)  $p \wedge \bar{k}$ ; г)  $\bar{p} \vee \bar{k}$ .

Решение: а) данная логическая операция конъюнкция, ее определяет союз «и», поэтому высказывание будет звучать так: «это целое положительное простое число»

б) это нецелое положительное простое число;

в) это целое положительное составное число;

г) это не целое положительное или составное число.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (работа в группе):

1. Образуйте отрицания следующих высказываний:

а) 4 делится на 2;

б)  $42 + 7 \neq 50$ ;

в) сегодня понедельник;

г)  $7 > 2$ .

2. Даны отрицания высказываний:

а) Медиана в равнобедренном треугольнике не является высотой;

б) 5 – простое число;

в)  $2 + 3 = 5$ ;

г) сумма углов в треугольнике не равна  $180^\circ$

сформулируйте эти высказывания. Определите их истинность.

3. Импликацию  $p \rightarrow q$  можно выразить через дизъюнкцию и отрицание

$p \rightarrow q = \bar{p} \vee q$ . Проверить справедливость этой формулировки, составив соответствующую таблицу истинности.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7

Решение задач на эквивалентность формул.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнять эквивалентные преобразования формул.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Какое преобразование называется эквивалентным?

2. Перечислите основные эквивалентности.

3. Какие функции называются двойственными?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. С помощью основных равносильностей доказать, что в булевой функции  $F = (x_2 \vee x_2 x_3) \rightarrow (x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3)$  переменная  $x_3$  является фиктивной.

Решение: Применяя закон поглощения и закон склеивания, получим

$$F = (x_2 \vee x_2 x_3) \rightarrow (x_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3) = x_2 \rightarrow x_1.$$

Так как существует такая формула, реализующая эту булеву функцию, в которой отсутствует  $x_3$ , то эта переменная является фиктивной.

2. С помощью таблицы истинности убедиться в справедливости законов де Моргана  $\overline{xy} = \bar{x} \vee \bar{y}$ .

Решение: Построим таблицу истинности для  $\overline{xy}$  и  $\bar{x} \vee \bar{y}$ .

$x$	$y$	$xy$	$\overline{xy}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} \vee \bar{y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Так как в таблице истинности булевым функциям  $\overline{xy}$  и  $\bar{x} \vee \bar{y}$  соответствуют одинаковые столбцы, то формулы  $\overline{xy}$  и  $\bar{x} \vee \bar{y}$  равносильны.

3. С помощью основных равносильностей доказать закон обобщенного склеивания  $xy \vee \bar{x}z = x \vee \bar{x}z \vee yz$ .

Решение: Применяя закон склеивания (в обратном порядке, то есть  $yz = xyz \vee \bar{x}yz$ ) и дистрибутивность (то есть вынесем за скобки  $xy$  и  $\bar{x}z$ ), получим

$$xy \vee \bar{x}z \vee yz = xy \vee \bar{x}z \vee xyz \vee \bar{x}yz = xy(1 \vee z) \vee \bar{x}z(1 \vee y) = xy \vee \bar{x}z.$$

4. С помощью основных равносильностей доказать, что  $\overline{y \vee (x\bar{y} \vee \bar{y})} \rightarrow x(x \vee xz) = 1$ .

Решение: Применяя основные равносильности, получим

$$\overline{y \vee (x\bar{y} \vee \bar{y})} \rightarrow x(x \vee xz) = \overline{y \vee \bar{y}} \rightarrow x \cdot 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow x = \bar{0} \vee x = 1 \vee x = 1.$$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1) С помощью преобразований доказать, что:

1.  $a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$ ;

2.  $a \sim b = (a \rightarrow b)(b \rightarrow a)$ ;

3.  $a \mid b = \overline{\bar{a} \cdot \bar{b}}$ .

2) Проверить равносильность формул:

1.  $x \oplus (y|z)$  и  $(x \rightarrow y) \downarrow (x \rightarrow z)$

2.  $x \rightarrow (y \downarrow z)$  и  $(x \oplus y)(x \oplus z)$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8

Решение задач на нахождение СКНФ и СДНФ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение нахождения СКНФ и СДНФ формул.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Дайте определение элементарной дизъюнкции;

2. Дайте определение элементарной конъюнкции;

3. Дайте определение элементарной дизъюнктивной нормальной формы функции;

4. Дайте определение элементарной конъюнктивной нормальной формы функции;

5.перечислите порядок действий при исходной формулы к нормальной форме;

6. Дайте определение совершенной дизъюнктивной нормальной формы функции;

7. Дайте определение совершенной конъюнктивной нормальной формы функции;

8.Как с помощью таблиц истинности привести формулу функции к СДНФ;

9. Как с помощью таблиц истинности привести формулу функции к СКНФ?

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Составить таблицу истинности для булевой функции  $F = (\bar{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2$ .

Решение:

Отметим связь между СДНФ и таблицей истинности.

Таблица истинности

СДНФ

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1 \downarrow x_3$	$F = (\bar{x}_1 \downarrow x_3) \oplus x_2$	Элементарные конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	0	
0	1	0	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	1	0	1	$\bar{x}_1 x_2 x_3$
1	0	0	0	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	1	0	0	1	$x_1 x_2 x_3$

Следовательно:  $F = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3$ .

2. Для булевой функции, заданной в виде ДНФ  $F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3$ , составить СДНФ и выполнить проверку по таблице истинности.

Решение: Применяя закон склеивания (в обратном порядке:  $x = xy \vee x\bar{y}$ ), дополняем конъюнкции, до полных элементарных конъюнкций. Конъюнкцию  $x_1$  дополняем в два этапа, так как  $\overline{x_1 x_2 x_3}$  не является элементарной конъюнкцией:

$$F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3 = x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 = \\ = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Так как  $x \vee x = x$ , после сокращения одинаковых конъюнкций получаем СДНФ:

$$F = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Таблица истинности

СДНФ

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\bar{x}_3$	$x_2 \bar{x}_3$	$F = x_1 \vee x_2 \bar{x}_3$	Элементарные конъюнкции СДНФ
0	0	0	1	0	0	
0	0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	1	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	0	0	0	
1	0	0	1	1	1	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	0	0	1	$x_1 \bar{x}_3 x_2$
1	1	0	1	1	1	$x_1 x_3 \bar{x}_2$
1	1	1	0	0	1	$x_1 x_3 x_2$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Привести данные формулы к СДНФ и СКНФ:

- 1)  $f(x,y,z) = (z \vee y) \rightarrow (x | y) \cdot \bar{z}$
  - 2)  $f(x,y,z,t) = t | (y \vee (z \sim \bar{x}))$
  - 3)  $f(x,y,z,t) = (\bar{x} \rightarrow t) \sim (z \vee (x | y))$
4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	подпись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9

Решение задач на минимизацию булевых функций методом неопределенных коэффициентов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод неопределенных коэффициентов для минимизации функций.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1) В чем состоит задача минимизации булевых функций?
  - 2) Цель минимизации?
  - 3) Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
  - 4) Раскройте суть метода неопределенных коэффициентов.
- 2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):



Минимизировать заданное выражение:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

После вычисления значений функции на всех наборах и подстановки в форму, полученную на лекции, получаем:

1.  $f(1,1,1) = 1$ ;
2.  $f(1,1,0) = 1$ ;
3.  $f(1,0,1) = 1$ ;
4.  $f(0,1,1) = 0$ ;
5.  $f(1,0,0) = 1$ ;
6.  $f(0,1,0) = 0$ ;
7.  $f(0,0,1) = 0$ ;
8.  $f(0,0,0) = 1$

Вычеркиваем все строки, где функция равна 0, и все коэффициенты из этих строк вычеркиваем из остальных строк. Получились наборы:

1.  $a_1 \vee a_7 \vee a_{11} \vee a_{26} = 1$ ;
2.  $a_1 \vee a_7 \vee a_{13} \vee a_{25} = 1$ ;
3.  $a_1 \vee a_9 \vee a_{11} \vee a_{24} = 1$ ;
5.  $a_1 \vee a_9 \vee a_{13} \vee a_{18} \vee a_{20} = 1$ ;
8.  $a_{18} \vee a_{19} = 1$

В первых четырех уравнениях конъюнкция наименьшего ранга  $a_1$  и  $a_{18}$ . Таким образом, принимая  $a_1 = 1$  и  $a_{18} = 1$ . Остальные коэффициенты принимаем равными 0. Получаем:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3$$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Минимизировать функцию:

$$1) f(x,y,z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$$

$$2) f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевы функции.

#### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 10

Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода Квайна - Мак-Класки.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод Квайна - Мак-Класки для минимизации функций.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)В чем состоит задача минимизации булевых функций?

2)Цель минимизации?

3)Какие методы минимизации находят наибольшее применение?

4)Раскройте суть метода Квайна – Мак Класки.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

Пользуясь алгоритмом приведенным в лекции, минимизировать выражение в форме СДНФ:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4.$$

Пронумеруем все входящие минтермы. Производим склеивание термов 4-го ранга и получаем термы 3-го ранга:

- 1-4( $x_2$ )  $\bar{x}_1 x_3 x_4$  (1)                      3-8( $x_2$ )  $x_2 \bar{x}_3 x_4$  (6)  
 1-6( $x_1$ )  $\bar{x}_2 x_3 x_4$  (2)                      5-6( $x_2$ )  $x_1 \bar{x}_2 x_4$  (7)  
 2-3( $x_4$ )  $\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$  (3)                      5-8( $x_2$ )  $x_1 \bar{x}_3 x_4$  (8)  
 2-7( $x_1$ )  $x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$  (4)                      7-8( $x_2$ )  $x_1 x_2 \bar{x}_3$  (9)  
 3-4( $x_3$ )  $\bar{x}_1 x_2 x_4$  (5)

Производим склеивание термов 3-го ранга и получаем термы 2-го ранга:

- 3-9 ( $x_1$ )  $x_2 \bar{x}_3$   
 4-6 ( $x_4$ )  $x_2 \bar{x}_3$

Дальнейшее склеивание не возможно. Составим таблицу, в колонках которой – термы исходного выражения, в столбцах – полученные простые импликанты. Если какая-нибудь импликанта входит в исходный терм, то в соответствующем столбце и строке ставим метку. Далее делаем все по алгоритму. Получаем:  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_4$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

Минимизировать функцию:

1) $f(x,y,z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$

2) $f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Минимизация булевой функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13

Решение задач на минимизацию булевых функций с помощью метода карт Карно. Полином Жегалкина. Теорема Поста.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применять метод карт Карно для минимизации функций.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

- 1)В чем состоит задача минимизации булевых функций?
- 2)Цель минимизации?
- 3)Какие методы минимизации находят наибольшее применение?
- 4) Раскройте суть метода карт Карно.
- 5)Какая алгебра называется алгеброй Жегалкина?
- 6)Какая формула называется полиномом Жегалкина?
- 7)Когда множество называют замкнутым классом?
- 8)Дайте формулировку теоремы о функциональной полноте.
- 9) Дайте формулировку теоремы Поста.

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Используя алгоритм, приведенный в лекции минимизируем функцию методом карт Карно:

$f(x,y,z) = (x \circ z) \rightarrow \bar{y} \sim (x \vee y)$

2. Составить канонический полином Жегалкина  $P(F)$  булевой функции, если СДНФ данной булевой функции, имеет вид:  $F = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3$ .

Решение: Заменяем операцию дизъюнкции операцией сложения по модулю два по (6). При этом воспользуемся тем, что произведение (конъюнкция) любых полных дизъюнкций СДНФ всегда равно нулю. Следовательно, СПНФ будет иметь вид:

$$F = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \oplus x_1\bar{x}_2x_3 \oplus x_1x_2x_3.$$

Все переменные с отрицанием заменяем по формуле (2), затем раскрываем скобки и из полученного выражения удаляем попарно одинаковые слагаемые в соответствии с (1):

$$\begin{aligned} F &= (1 \oplus x_1)(1 \oplus x_2)(1 \oplus x_3) \oplus x_1(1 \oplus x_2)x_3 \oplus x_1x_2x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_1x_3 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3 = \\ &= 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3. \end{aligned}$$

Ответ:  $P(F) = 1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1x_2 \oplus x_3 \oplus x_2x_3 \oplus x_1x_2x_3.$

3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1.минимизировать функцию методом карт Карно  $f(x,y,z,t) = \bar{x} \cdot (z \rightarrow (y \vee t))$

2.Привести функцию к полиному Жегалкина:

а)  $x_1x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2$ ;

б)  $x_1 \rightarrow (x_2 | x_3)$

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 14

Решение задач на правила вывода исчисления предикатов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение выполнения операций над предикатами.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1)Что понимается под высказыванием?

2)Что понимается под исчислением высказываний?

3)На чем строится исчисление высказываний?

4)Определите все перечисленные компоненты.

2.Изобразите схематически следующие предикаты:

а)Если элементы обладают свойством А, то они обладают и свойством В.

в)Если элементы обладают свойством А, то они обладают и свойством  $\bar{B}$ .

в)Если элементы обладают свойством  $\bar{A}$ , то они обладают и свойством  $\bar{B}$ .

2)Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1.Доказать, что предикат  $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$  является тождественно истинным.

Решение: какие бы действительные значения не принимали бы переменные  $x$  и  $y$ , при выполнении действия умножения в результате получим разность квадратов (формула сокращенного умножения).

2.Доказать, что решением неравенства  $x^2 - 8x + 15 > 0$  является дизъюнкция двух предикатов.

Решение: решив это неравенство, получим  $x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ . Здесь мы имеем дело с двумя предикатами  $x < 3$  и  $x > 5$ , то есть  $(x < 3) \vee (x > 5)$ .

3. Пусть  $D$  – множество действительных чисел. Образуйте из предиката  $x^2 < 0$  высказывание, навешивая квантор  $\exists$  и определите его истинность.

Решение: навешивая квантор  $\exists$ , получим высказывание  $(\exists x \in \mathbb{D}) x^2 < 0$ . Это высказывание ложно.

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Доказать, что предикат  $x - 4 > 3$  является ложным, навешивая квантор  $\exists$ , при условии, что  $\mathbb{Z}_-$  - множество целых отрицательных чисел.

2. Доказать, что предикат  $x + 1 = x$  является тождественно ложным;

3. Доказать, что решением неравенства  $x^2 - 8x + 15 < 0$  является конъюнкция двух предикатов.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	ропись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов

### ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15

Дедуктивные умозаключения. Методы научного познания. Индуктивные умозаключения. Метод математической индукции. Решение задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применения различных методов доказательств теорем.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

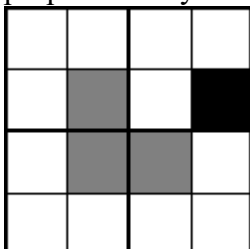
1. Что подразумевается под дедуктивными умозаключениями?

2. Объясните суть метода математической индукции.

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

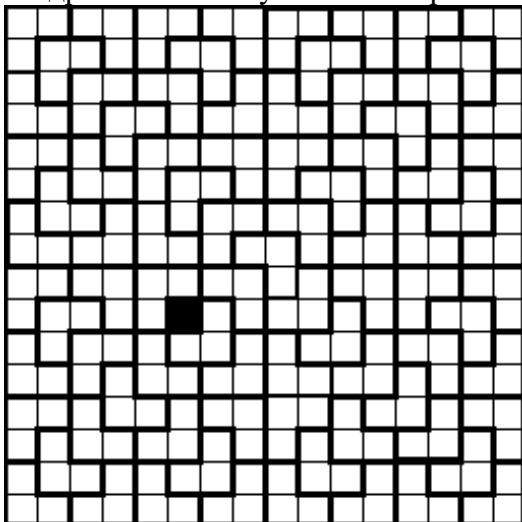
1. Из квадрата  $16 \times 16$  клеток вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на уголки из трех клеток.

Решение № 1. Что делать, если не хочется рассматривать кучу разных случаев вырезания клетки из квадрата  $16 \times 16$  (как ни сокращай, но 36 принципиально разных случаев там есть)? Давайте посмотрим на квадраты поменьше (но тоже со стороной, равной степени двойки):  $8 \times 8$ ,  $4 \times 4$ ,  $2 \times 2$ . Для  $2 \times 2$  доказывать нечего: вырезали любую клетку, и остался один уголок. А вот теперь посмотрим на квадрат  $4 \times 4$  - он составлен из 4-х квадратов  $2 \times 2$  (см. рис.). В один из них попадет вырезанная клетка (черная на рис.) - и он разрежется на уголки (т.е., как сказано выше, там будет ровно 1 уголок). Что же делать с тремя другими? (это и есть самый сложный для момент в задаче!) А давайте возьмем в этих трех квадратах уголок, прилежащий к центру большого квадрата - иотрежем его (серые клетки на рис.). Тогда у нас останется три квадратика  $2 \times 2$  с вырезанной клеткой - а их мы уже умеем разрезать на уголки.



Теперь перейдем от  $4 \times 4$  к  $8 \times 8$ : квадратик  $8 \times 8$  составлен из четырех квадратиков  $4 \times 4$ . В одном из них есть вырезанная клетка, а в остальных трех мы вырежем по клетке, отрезав прилежащий к центру уголок (аналогично предыдущему). Теперь образуется 4 квадратика  $4 \times 4$ , в каждом из которых вырезана клетка. Каждый из них мы умеем разрезать на уголки - значит, разрежем и весь квадрат  $8 \times 8$ . А от квадрата  $8 \times 8$  можно точно так же перейти к

квадрату  $16 \times 16$ , составив его из четырех частей - получаем ч.т.д (пример разрезания всего квадрата  $16 \times 16$  на уголки - см. рис. внизу).



Решение №2. (то же самое, но с волшебным словом "индукция") Докажем по индукции следующее утверждение: квадрат  $2^n \times 2^n$  с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки из трех клеток. (На самом деле, здесь спрятан бесконечный ряд утверждений: про квадрат  $2 \times 2$ ,  $4 \times 4$ ,  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16 \dots 1024 \times 1024$  и т.д.) База: Квадрат  $2 \times 2$  с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки. Это верно, т.к. после вырезания клетки от квадрата  $2 \times 2$  остается один уголок. Переход: Если квадрат  $2^n \times 2^n$  с одной вырезанной клеткой можно разрезать на уголки, то можно разрезать и квадрат  $2^{n+1} \times 2^{n+1}$ . Действительно, квадрат  $2^{n+1} \times 2^{n+1}$  составлен из четырех квадратов  $2^n \times 2^n$ . В одном из них вырезана клетка, а в остальных трех квадратах вырежем по клетке, отрезав уголок, прилежащий к центру исходного квадрата. Тогда каждый из этих четырех квадратов можно будет разрезать на уголки по предположению индукции, значит, можно разрезать и исходный квадрат, ч.т.д.

Замечание: предположением индукции называется предположение о верности очередного утверждения ряда, из верности которого мы в переходе индукции доказываем верность следующего утверждения ряда.

(!) Когда задача решается по индукции, то решение записывается в стиле, похожем на решение №2. Но придумывается оно часто в стиле решения №1 - так бывает удобнее, особенно для начинающих ;-)

А настоящее овладение методом - это умение придумывать решение сразу таким, как оно будет записано ;-)

2. Докажите, что число из 243 единиц делится на 243.

Решение №1: Давайте опять попробуем что-нибудь попроще. Например, 111 делится на 3, а число 111111111 - на 9. Это, конечно, правда, по общеизвестным признакам делимости на 3 и на 9 (на 3 и на 9 делится сумма цифр этих чисел). Но дальше признаки делимости заканчиваются: (Что же делать? Давайте по-другому докажем, что 111111111 делится на 9 - так, чтобы можно было из этого сделать переход в общем виде. Конечно, надо пользоваться тем, что в общем виде будет предположением индукции: 111 делится на 3. А давайте 111111111 на него поделим - в частном будет 1001001. Это частное, конечно, делится на 3 (по тому же признаку). А произведение двух чисел, делящихся на 3, делится на 9.

Идем дальше: почему число из 27 единиц делится на 27? Поделим его на 111111111 и получим в частном  $10^{18} + 10^9 + 1$ . Это частное опять делится на 3 (его сумма цифр 3), а делитель, как мы уже знаем, на 9. Поэтому число из 27 единиц делится на  $9 \cdot 3 = 27$ . Само это число будет делителем числа из 81 единицы, и в частном получается уже  $10^{54} + 10^{27} + 1$  - все равно оно на 3 делится, по тем же причинам. А число из 81 единицы поделится тогда на  $27 \cdot 3 = 81$ , что и следовало ожидать. Еще один такой же переход - и мы получим, что

число из 243 единиц делится на 243, ч.т.д.  
 (!) Важная мысль: здесь, переходя к предыдущим шагам, мы уменьшаем уже не один, а оба параметра: число, которое должно делиться, и число, на которое оно должно делиться.

Решение №2: (опять то же самое, но сторого индуктивно записанное) Докажем по индукции утверждение: число из  $3^n$  единиц делится на  $3^n$  (т.е. бесконечный ряд утверждений при разных натуральных n).

База: 111 делится на 3 (n=1). Святая правда. В частном 37 получается.

Переход: Заметим, что число из  $3^{n+1}$  единиц делится на число из  $3^n$  единиц, и в частном будет  $10^{2*3^n} + 10^{3^n} + 1$  (т.е. число из трех единиц и кучи нулей). Делитель, по предположению индукции, делится на  $3^n$ , а частное - на 3 (т.к. его сумма цифр 3). Значит, число из  $3^{n+1}$  единиц делится на  $3^n * 3 = 3^{n+1}$ , ч.т.д.

Замечание: Можно доказать, опять же по индукции, что число из  $3^n$  единиц содержит 3 в степени ровно n. При n=1 это верно (база), а дальше заметим, что частное от деления числа из  $3^{n+1}$  единиц на число из  $3^n$  единиц делится только на 3, но не на 9, т.к. его сумма цифр равна 3 (переход).

Мы заметили некоторую закономерность в значениях изучаемой последовательности. Проверяем эту закономерность для n=1. Предполагаем, что формула справедлива при некотором n и доказываем, что она справедлива для n=n+1. Подставляем в формулу n+1 и получаем формулу, которой соответствует (n+1) – ый член. Затем получаем (n+1) – ый член, исходя из общего принципа построения последовательности. Получим формулу для n+1. Если эти формулы совпадают, то закономерность считается доказанной.

3)самостоятельное выполнение типового расчета (работа в парах):

1.Докажите, что  $1+2+...+N=N(N+1)/2$  (такие числа называются "треугольными": 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28...).

2. Докажите, что  $3^{2N+2}+8N-9$  делится на 16 при любом натуральном N.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	респись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Логика предикатов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Аппарат алгебры высказываний для работы с умозаключениями. Решение задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение применения различных методов доказательств теорем.

Ход работы

1.Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1.Что подразумевается под дедуктивными умозаключениями?

2.Объясните суть метода математической индукции.

2)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1.Докажите, что  $2^N > N$  при любом натуральном N.

2. Докажите, что  $1+3+...+(2N-1)=N^2$  - сумма первых N нечетных чисел равна  $N^2$ .

3.Докажите, что формула  $S_n = 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$  справедлива при n=1.

4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	рoспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Элементы теории и практики кодирования.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17**

Системы счисления

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** формировать умение перехода из одной системы счисления в другую.

Ход работы

1. Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка):

1. Какие системы счисления используются для кодировки информации?
2. Как перевести число из двоичной системы в десятичную?
3. Как перевести число из восьмеричной системы в десятичную?
4. Как выполнить обратный переход?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

1. Перевести числа  $10100110_2$ ,  $703_8$  в десятичную систему

Решение:  $10100110_2 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166_{10}$

$703_8 = 7 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 448 + 3 = 447_{10}$

2. Перевести числа 26, 241 и 3627 из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную:

Решение:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ \hline 13 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline 0 & 2 \\ \hline \end{array}$$

←

Ответ:  $26_{10} = 11010_2$

$$\begin{array}{r|l} 241 & 8 \\ \hline 30 & 8 \\ \hline 24 & 3 \\ \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array}$$

←

Ответ:  $241_{10} = 361_8$

$$\begin{array}{r|l} 3627 & 16 \\ \hline 226 & 16 \\ \hline 224 & 14 \\ \hline 11 & 14 \\ \hline \end{array}$$

←

Ответ: (в 16-ной СС  $14 - E$ , а  $11 - B$ )  $3627_{10} = E2B_{16}$

3) самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

1. Перевести числа  $1001101$ ,  $110101$  из двоичной системы в десятичную.
2. Перевести числа 624, 3771 из восьмеричной системы счисления в десятичную.
3. Перевести числа 23FA1, 12E5 из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную.
4. Перевести каждое из чисел 732, 112, 3895 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную.

4. Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	рoспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

Тема: Элементы комбинаторики.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 15**

Решение комбинаторных задач.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: формировать умение решать комбинаторные задачи.

Ход работы

1) Повторение теоретических основ (в парах, взаимопроверка)

1) Дать определение перестановки, сочетания и размещения.

2) Дать определение понятия подстановка.

3) Что называется отображением?

4) Какие виды отображений бывают?

5) Что такое композиция функций?

6) Что называется биномом Ньютона?

2) Пример типового расчета: (всей группой, вместе с преподавателем):

а) В некоторой средней школе имеется три пятых класса, в которых обучаются соответственно 28, 31 и 26 учащихся. Требуется одного из них выбрать для участия в совете школы. Сколькими способами можно сделать выбор?

Решение: По правилу суммы получаем  $28 + 31 + 26 = 85$ .

б) В секции фигурного катания занимаются 14 мальчиков и 18 девочек. Сколькими различными способами из детей, занимающихся в секции, можно образовать спортивные пары.

Решение: По правилу произведения получаем  $14 \cdot 18 = 252$ .

в) Куплено различных 12 книг. На полке можно поставить в ряд ровно 6 книг. Сколькими различными способами можно это сделать?

Решение: Будем считать различными не только те случаи, когда берутся разные книги, но и когда они по-разному расставлены на полке (в различном порядке). Тогда речь идёт о перестановках по 6 из 12. Получаем:  $A_{12}^6 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665280$ .

г) Сколько различных комбинаций может получиться при одновременном бросании трёх игральных костей?

Решение: Каждая игральная кость представляет собой кубик, на гранях которого нанесено от одного до 6 очков. При каждом бросании мы будем получать наборы вида  $a_1 a_2 a_3$ , где  $1 \leq a_i \leq 6, i = 1, 2, 3$  - количество очков, выпавших на соответствующей кости. Речь идёт о перестановках с повторениями по 3 элемента из 6. Получаем:  $\bar{A}_6^3 = 6^3 = 216$ .

д) Сколькими различными способами можно расставить на полке 10 различных книг?

Решение: Здесь, в отличие от примера 2, значение имеет только порядок расставляемых книг. Поэтому речь идёт о перестановках из 10 элементов. Получаем:  $P_{10} = 10! = 3628800$ .

е) В отделе работают 10 сотрудников. Требуется отобрать трёх из них для того, чтобы направить в командировку. Сколькими способами можно это сделать?

Решение: Поскольку имеет значение только то, какие именно сотрудники отобраны, то речь идёт о сочетаниях без повторений по 3 элемента из 10. Получаем:  $C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$ .



3)самостоятельное выполнение типового расчета (самопроверка по эталону решения):

3. В цветочном магазине имеются в продаже 5 различных видов цветов. Покупателю требуется составить букет из 7 цветов. Сколькими способами можно это сделать?

4. Музыкальный концерт состоит из 3-х песен и 2-х скрипичных пьес. Сколькими способами можно составить программу концерта так, чтобы он начинался и оканчивался исполнением песни и чтобы скрипичные пьесы не исполнялись одна за другой.

5. Сколько различных 3-х буквенных слов можно образовать, используя буквы составляющие вашу фамилию, причем эти слова должны начинаться и оканчиваться согласными, а в середине должна стоять гласная буква.

4.Запишите разложение биннома  $(x+y)^4$

#### 4.Итоги занятия

№	Вид работы	Баллы	роспись
1.	теория		
2.	тип. расчет		
итог			

#### Практическая работа № 17 «Определение вероятности событий»

Цель работы: формировать умение вычислять вероятности случайного события.

Дидактическая цель. Применение полученных знаний, умений и навыков в процессе выполнении самостоятельной вычислительной работы.

Знать:

- классическое определение вероятности;
- методику вычисления вероятностей событий по классической формуле определения вероятности с использованием элементов комбинаторики

Уметь:

- вычислять вероятности событий по классической формуле определения вероятности

#### Вопросы к теме

1. Что является необходимым условием случайного события?

.....  
.....  
.....

2. Как связаны вероятность и частота? Ответ обосновать.

.....  
.....  
.....

3. Известно, что при трех подбрасываниях монеты герб выпал дважды. Можно ли утверждать, что частота появления события  $A$  – при подбрасывании монеты выпал герб равна  $2/3$ ? Ответ обосновать.

.....  
.....

4. Чем отличаются несовместные случайные события и противоположные события? Что в них общего?

.....  
.....  
.....

5. Если вероятность события равна единице, то является ли событие А достоверным? Ответ обосновать.

.....  
.....

6. Вероятность достоверного события не меньше единицы? Ответ обосновать.

.....

7. Какую размерность имеет частота? Ответ обосновать.

.....  
.....

### Задачи к практической работе

#### Задача № 1

Слово МАТЕМАТИКА составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность случая, когда буквы вынимаются в порядке заданного слова.

Дано: .....

.....  
.....

Найти: .....

Решение:

Испытание заключается в вынимании карточек с буквами в случайном порядке без возврата. Элементарным событием является полученная последовательность букв.

Событие А состоит в получении нужного слова МАТЕМАТИКА. Элементарные события являются перестановками из 10 букв, значит,  $n$  найдем по формуле перестановок.

$n =$  .....

Некоторые буквы в слове МАТЕМАТИКА повторяются:

М - ..... раза, А - ..... раза, Т - ..... раза, поэтому возможны перестановки, при которых слово не изменяется. Две буквы М можно переставить ..... способами, три буквы А можно переставить ..... способами, две буквы Т можно переставить ..... способами.

Количество элементарных событий  $m$ , входящих в состав события А равно произведению числа перестановок количества повторяющихся букв.

$m =$  .....

Вероятность события А равна:  $P(A) = \frac{m}{n} =$  .....

Ответ: .....

#### Задача № 2

На рынке представлено 8 различных пакетов программ для бухгалтерии с приблизительно равными возможностями. Для апробации в своих филиалах фирма решила отобрать 3 из них. Сколько существует способов отбора 3-х программ из 8-ми, если отбор осуществляется в случайном порядке? Какова вероятность того, что среди отобранных случайно программ окажется 3 программы, занимающие наименьший объём памяти?

Дано: .....

.....  
 .....

Найти: .....

Решение:

Испытание состоит в том, чтобы из 8-ми программ выбрать 3. Порядок выбора программ не важен, повторяться они не могут, поэтому для подсчета числа способов выбора 3-х программ из 8-ми воспользуемся формулой сочетаний из 8 по 3.

$$N = C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \dots\dots\dots$$

Найдем вероятность события А – среди отобранных случайно окажется 3 программы, занимающие наименьший объём памяти. Число равновозможных исходов опыта равно числу способов отбора 3-х программ из 8-ми предложенных. Тогда  $n = \dots\dots\dots$

Число благоприятствующих исходов  $t = \dots\dots$ , так как отобрать 3 программы, занимающие наименьший объём памяти можно только одним способом.

Тогда  $P(A) = t/n = \dots\dots\dots$

Ответ:  $N = \dots\dots\dots$ ,  $P(A) = \dots\dots\dots$

### Задача № 3

В группе 5 отличников и 12 хорошистов. На конференцию из них наудачу выбирают 2-х человек. Чему равна вероятность того, что:

1) будут выбраны только отличники; 2) выбраны только хорошисты?

Дано: всего ....., ..... – отличников, ..... – хорошистов.

Испытание – .....

Событие А – .....

Событие В – .....

Найти:  $P(A)$ ,  $P(B)$ .

Решение:

Решим задачу по формуле классического определения вероятности:

.....

Число равновозможных исходов найдем в соответствии с испытанием: всего ....., выбирают из них ..... По формуле сочетаний из ..... по ..... найдем  $n$ .

Тогда  $n = C \dots = \frac{\dots}{\dots} = \dots\dots\dots$

Число благоприятствующих исходов найдем в соответствии с заданными событиями.

Событие А – ..... Всего .....,  
выбирают из них .....

По формуле сочетаний ..... найдем  $m$ . Тогда

$$m = C \dots = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Вероятность события А равна:  $P(A) = \frac{m}{n} = \dots$

Событие В – .....

Число равновозможных исходов

.....

Число благоприятствующих исходов

.....

Вероятность события В равна:  $P(B) = \frac{m}{n} = \dots$

Ответ:  $P(A) = \dots$ ,  $P(B) = \dots$

Используемая литература

Основная литература:

Канцедал С. А. Дискретная математика: Учебное пособие / С.А. Канцедал. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2022. - 224 с. ЭБС znanium

Дополнительная литература:

Вороненко А. А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: Учебно-методическое пособие / А.А. Вороненко, В.С. Федорова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 104 с., ЭБС znanium